Раздел II. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Тема 2.2. Растяжение и сжатие

Занятие №1.

Учебные вопросы:
1. Напряжения и продольная деформация при растяжении и сжатии
2. Закон Гука при растяжении и сжатии
3. Поперечная деформация при растяжении и сжатии

1. Напряжения и продольная деформация при растяжении и сжатии

Растяжением или **сжатием** называется такой вид деформации, при котором в любом поперечном сечении бруса возникает только продольная сила. Брусья с прямолинейной осью (прямые брусья), работающие на растяжение или сжатие, часто называют **стержнями**.

Рассмотрим невесомый, защемленный левым концом прямой брус, вдоль оси которого действуют активные силы F и $2F$ (рис. 2.6). В дальнейшем все векторные величины будем обозначать их модулями.

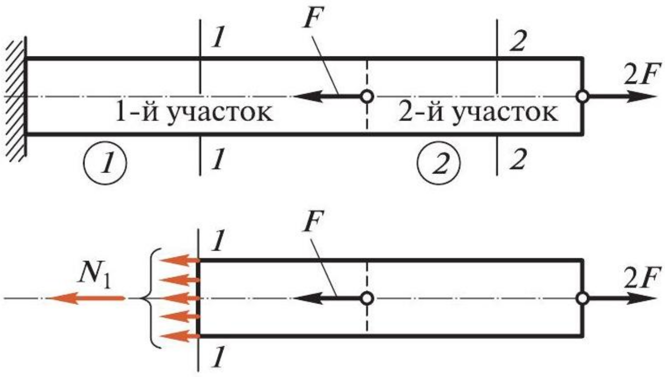

Рис. **2.6**. Невесомый, защемленный левым концом прямой брус

Части бруса постоянного сечения, заключенные между поперечными плоскостями, в которых приложены активные или реактивные силы, будем называть **участками**. Изображенный на рис. 2.6 брус состоит из двух участков.

Применив метод сечений, определим продольные силы N_1 и N_2 на участках. Рассечем брус на первом участке поперечным сечением *1—1*. Во всех точках бруса будут действовать внутренние распределенные силы, равнодействующая которых определится из условия равновесия одной из частей бруса (например, правой от сечения): $\sum Z = 0$; $2F - F - N_1 = 0$, откуда $N_1 = 2F - F = F$.

Мы видим, что для равновесия оставленной части бруса в сечении *1—1* необходимо приложить только силу N_1, направленную вдоль оси, т. е. продольную силу.

Продольная сила есть равнодействующая внутренних нормальных сил, возникающих в поперечном сечении бруса. Нетрудно понять, что в сечении *2—2* на втором участке продольная сила будет иметь другое значение: $N_2 = 2F$. Таким образом, продольная сила в поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме внешних сил, расположенных по одну сторону сечения (имеется в виду, что все силы направлены вдоль оси бруса).

Очевидно, что в пределах одного участка продольная сила будет иметь постоянное значение. Следует помнить, что, рассматривая равновесие части бруса, расположенной не справа, а

Крутов Д. В.

слева от сечения, мы должны были ввести в уравнение равновесия реакцию защемленного конца, определенную путем рассмотрения равновесия всего бруса.

В дальнейшем растягивающие (направленные от сечения) продольные силы мы будем считать **положительными**, а сжимающие (направленные к сечению) — **отрицательными**.

Иначе говоря, если равнодействующая внешних сил, приложенных к левой части бруса, направлена влево, а приложенных к правой части — вправо, то продольная сила в данном сечении будет **положительной**, и наоборот.

При изучении ряда деформаций мы будем мысленно представлять себе брусья состоящими из бесчисленного количества волокон, параллельных оси, и предполагать, что при деформации растяжения и сжатия волокна **не надавливают друг на друга** (это предположение называется **гипотезой о ненадавливании волокон**).

Если изготовить прямой брус из резины (для большей наглядности), нанести на его поверхности сетку продольных и поперечных линий и подвергнуть брус деформации растяжения, то можно отметить следующее:

1) поперечные линии останутся в плоскостях, перпендикулярных оси, а расстояния между ними увеличатся;

2) продольные линии останутся прямыми, а расстояния между ними уменьшатся.

Из этого опыта можно сделать вывод, что при растяжении справедлива гипотеза плоских сечений и, следовательно, все волокна бруса удлиняются на одну и ту же величину.

Все сказанное выше позволяет сделать вывод, что при растяжении и сжатии в поперечных сечениях бруса возникают только **нормальные напряжения**, **равномерно распределенные по сечению** и определяемые по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

где N — продольная сила;
A — площадь поперечного сечения.

Очевидно, что при растяжении и сжатии форма сечения на напряжение не влияет.

В сечениях, близких к точкам приложения растягивающих или сжимающих сил, закон распределения напряжений по сечению будет более сложным, но, пользуясь принципом смягченных граничных условий, мы будем этими отклонениями пренебрегать и считать, что во всех сечениях бруса напряжения распределены равномерно и что в сечении, где к брусу приложена вдоль оси сосредоточенная сила, значения продольной силы и напряжений меняются скачкообразно.

Для наглядного изображения распределения вдоль оси бруса продольных сил и нормальных напряжений строят графики, называемые **эпюрами**, причем для нормальных напряжений применяется то же правило знаков, что и для продольных сил.

Перейдем к рассмотрению деформаций. Представим себе прямой брус постоянного поперечного сечения A, длиной l, жестко защемленный одним концом и нагруженный на другом конце растягивающей силой F (рис. 2.7). Под действием этой силы брус удлинится на некоторую величину Δl, которую назовем **абсолютным удлинением**. Отношение абсолютного удлинения Δl к первоначальной длине l назовем **относительным удлинением** и обозначим ε: $\varepsilon = \Delta l / l$.

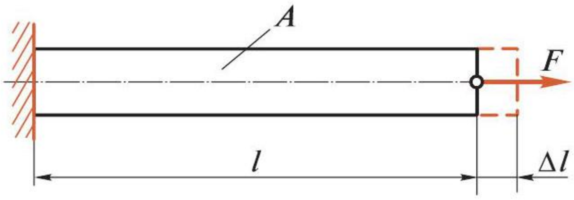

Рис. 2.7. Прямой брус жестко защемленный одним концом и нагруженный на другом конце растягивающей силой

Крутов Д. В.

Относительное удлинение ε — число отвлеченное, иногда его выражают в процентах: $\varepsilon = (\Delta l / l) \cdot 100$.

Вследствие деформации поперечные сечения бруса перемещаются в направлении оси. Взаимное перемещение двух сечений равно изменению длины части бруса, заключенной между этими сечениями.

2. Закон Гука при растяжении и сжатии

Напряжения и деформации при растяжении и сжатии связаны между собой зависимостью, которая называется законом Гука, по имени установившего этот закон английского физика Роберта Гука (1635—1703).

Закон Гука при растяжении и сжатии справедлив лишь в определенных пределах нагружения и формулируется так: **нормальное напряжение прямо пропорционально относительному удлинению или укорочению**.

Математически закон Гука можно записать в виде равенства:

$$\sigma = E\varepsilon.$$

Коэффициент пропорциональности E характеризует жесткость материала, т.е. его способность сопротивляться упругим деформациям растяжения или сжатия, и называется **модулем продольной упругости**, или **модулем упругости первого рода**.

Модуль упругости и напряжение имеют одинаковую размерность:

$$[E] = \frac{[\sigma]}{[\varepsilon]} = \text{Па}.$$

Значения E, МПа, для некоторых материалов:

Чугун ....(1,50…1,60)
Сталь ....(1,96…2,16)
Медь ....(1,00…30)
Сплавы алюминия ....(0,69…0,71)
Дерево (вдоль волокон) ....(0,10…0,16)
Текстолит ....(0,06…0,10)
Капрон ....(0,01…0,02)

Если в формулу закона Гука подставить выражения

$$\sigma = \frac{N}{A}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

то получим

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}.$$

Произведение EA, стоящее в знаменателе, называется **жесткостью сечения** при растяжении и сжатии; оно характеризует одновременно физико-механические свойства материала и геометрические размеры поперечного сечения бруса.

Эта формула читается так: **абсолютное удлинение или укорочение прямо пропорционально продольной силе, длине и обратно пропорционально жесткости сечения бруса**.

Приведенные формулы закона Гука применимы только для брусьев или их участков постоянного поперечного сечения, изготовленных из одного материала и при постоянной продольной силе.

Для бруса, имеющего несколько участков, отличающихся материалом, размерами поперечного сечения, продольной силой, изменение длины всего бруса равно алгебраической сумме удлинений и укорочений отдельных участков:

$$\Delta l = \sum(\Delta l_i).$$

3. Поперечная деформация при растяжении и сжатии

Описанный опыт с резиновым брусом показывает, **что поперечные размеры сечения при растяжении уменьшаются**, **а при сжатии увеличиваются**. Это характерно для растяжения и сжатия всех материалов. Опытным путем установлено, что при одноосном растяжении или сжатии отношение относительных поперечной и продольной деформаций для данного материала — величина постоянная.

Впервые зависимость между относительной поперечной ε и относительной продольной ε' деформациями была установлена французским ученым С. Пуассоном (1781—1840). Эта зависимость имеет следующий вид:

$$|\varepsilon'| = \nu \cdot |\varepsilon|$$

где ν — коэффициент поперечной деформации, называемый **коэффициентом Пуассона**.

Нетрудно понять, что ν — величина безразмерная.

Коэффициент Пуассона, как и модуль упругости первого рода, зависит только от материала и характеризует его упругие свойства. При растяжении и сжатии коэффициент Пуассона полагают одинаковым.

Приведем значения ν для некоторых материалов:

Пробка 0,00
Чугун..0,23…0,27
Сталь ....0,24…0,30
Медь ....0,31…0,34
Латунь ....0,32…0,42
Свинец 0,42
Каучук...0,47
Парафин..0,5