



Раздел II. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Тема 2.1. Теоретические основы сопротивления материалов

Занятие №1.

Учебные вопросы:

1. Исходные понятия
2. Основные гипотезы и допущения
3. Виды нагрузок и основных деформаций
4. Метод сечений. Напряжение

1. Исходные понятия

В сопротивлении материалов рассматривают методы расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.

Прочностью называется способность материала конструкций и их элементов сопротивляться действию внешних сил, не разрушаясь. Расчеты на прочность дают возможность определить размеры и форму деталей, выдерживающих заданную нагрузку, при наименьшей затрате материала.

Под **жесткостью** понимается способность тела или конструкции сопротивляться образованию деформации. Расчеты на жесткость гарантируют, что изменения формы и размеров конструкций и их элементов не превысят допустимых норм.

Под **устойчивостью** понимается способность конструкции сопротивляться усилиям, стремящимся вывести ее из исходного со стояния равновесия. Расчеты на устойчивость предотвращают возможность внезапной потери устойчивости и искривления длинных или тонких деталей.

На практике в большинстве случаев приходится иметь дело с конструкциями сложной формы, но их можно представить себе состоящими из отдельных элементов, например, брусьев, пластин, оболочек и массивов.

Основным расчетным элементом в сопротивлении материалов является **брус**, т.е. тело, поперечные размеры которого малы по сравнению с длиной. Брусья бывают **прямолинейные** и **криволинейные, постоянного** и **переменного** сечения. В зависимости от их назначения в конструкции брусья называют **колоннами, балками, стержнями**.

Плоское сечение, перпендикулярное оси бруса, называется **поперечным**; сечение, параллельное оси бруса (прямолинейного), — **продольным**; остальные плоские сечения — **наклонными**.

Кроме расчета брусьев сопротивление материалов занимается расчетом **пластин** и **оболочек**, т.е. тел, имеющих малую толщину по сравнению с другими размерами (например, резервуары, трубы, обшивка кораблей и самолетов). Тела, у которых все три измерения одинакового порядка, называются **массивами** (например, фундаменты, станины станков).

При деформации тела под действием внешних сил внутри него возникают **силы упругости**, которые препятствуют деформации стремятся вернуть частицы тела в первоначальное положение. Появление сил упругости обусловлено существованием в теле внутренних сил молекулярного взаимодействия.

В сопротивлении материалов изучают **деформации тел** и возникающие при этих деформациях **внутренние силы**.

После прекращения действия внешних сил вызванная ими деформация может полностью или частично исчезнуть. Способность материала устранять деформацию после прекращения действия внешних сил называется **упругостью**. Деформация, исчезающая после прекращения действия внешних сил, называется **упругой**; деформация, не исчезающая после прекращения действия внешних сил, называется **остаточной**, или **пластической**. Способность материала иметь значительные остаточные деформации, не разрушаясь при этом, называют **пластично-**



стью, а сами материалы называются **пластичными**. К числу таких материалов относятся низкоуглеродистая сталь, алюминий, медь, латунь и др.

Подчеркнем, что **возникновение значительных остаточных деформаций** в большинстве случаев приводит к нарушению нормальной работы конструкции, поэтому **считается нарушением прочности** (как и разрушение).

Материалы, обладающие весьма малой пластичностью, называются **хрупкими**. В отличие от пластичных хрупкие материалы разрушаются без заметных остаточных деформаций. К хрупким материалам относят чугун, твердые сплавы, стекло, кирпич и др.

Наука о сопротивлении материалов опирается на законы теоретической механики, в которой тела полагались абсолютно жесткими, т.е. неспособными деформироваться. Пользуясь рассмотренным в теоретической механике принципом отвердевания, в сопротивлении материалов мы будем применять к деформированным телам условия равновесия статики для определения реакций связей и действующих в сечениях деталей внутренних сил.

При расчетах на прочность и жесткость некоторые положения теоретической механики оказываются неприменимы, в частности:

- 1) действующие на тело внешние силы нельзя заменять их равнодействующей или эквивалентной системой сил;
- 2) силу нельзя переносить вдоль линии ее действия;
- 3) пару сил нельзя перемещать в плоскости действия пары.

Эти правила имеют исключение. Так, например, силы, приложенные к небольшой поверхности тела, как и в теоретической механике, мы будем считать сосредоточенными, т.е. приложенными в точке; распределенные реактивные силы, приложенные к зашпленному концу балки, мы по-прежнему будем заменять реактивной силой и реактивным моментом. Такие замены не вносят существенных изменений в условия деформации тела. Это положение называют принципом смягченных граничных условий, или принципом Сен-Венана, по имени французского ученого А. Сен-Венана (1797—1886).

Принцип Сен-Венана можно сформулировать следующим образом: **в точках тела, достаточно удаленных от мест приложения внешних сил, модуль внутренних сил мало зависит от конкретного способа приложения сил.**

В дальнейшем при изучении отдельных видов деформаций мы на основании принципа Сен-Венана не будем интересоваться конкретными способами приложения внешних сил, а будем считать, что в местах их приложения внутренние силы меняются скачкообразно.

2. Основные гипотезы и допущения

Конструкционные материалы, из которых изготавливают детали машин и сооружений, не являются, строго говоря, **непрерывными, однородными** во всех точках и **изотропными** (имеющими одинаковые свойства во всех направлениях).

В процессе изготовления заготовок и получения из них готовых деталей в материале появляются различные, не поддающиеся учету поверхностные и внутренние дефекты, например раковины, трещины и неоднородность структуры в литых деталях, волосовины у катаных или кованных деталей, первоначальные внутренние усилия, вызванные неравномерностью остывания литых и кованных деталей, неравномерностью высыхания и неоднородностью древесины, неравномерностью затвердевания и неоднородностью бетона и т. д.

Так как закономерности возникновения указанных явлений установить невозможно, то в сопротивлении материалов принимается ряд гипотез и допущений, которые позволяют исключить из рассмотрения эти явления. В результате объектом изучения в сопротивлении материалов становится не само реальное тело, а его приближенная модель. Экспериментальная проверка выводов, полученных на основании приведенных ниже гипотез и допущений, показывает, что эти выводы вполне пригодны для применения в практике инженерных расчетов.



Перейдем к рассмотрению основных гипотез и допущений, касающихся **физико-механических свойств материалов**.

1. Гипотеза об отсутствии первоначальных внутренних усилий.

Согласно этой гипотезе предполагается, что если нет причин, вызывающих деформацию тела (нагружение, изменение температуры), то во всех его точках **внутренние усилия равны нулю**. Таким образом, не принимаются во внимание силы взаимодействия между частицами ненагруженного тела.

2. Допущение об однородности материала.

Физико-механические свойства тела могут быть неодинаковыми в разных точках. В сопротивлении материалов этими различиями пренебрегают, полагая, что материал во всех точках тела обладает **одинаковыми свойствами**.

3. Допущение непрерывности материала.

Согласно этому допущению материал любого тела имеет **непрерывное строение** и представляет собой **сплошную среду**. Допущение о непрерывном строении материала позволяет применять при расчетах методы высшей математики (дифференциальное и интегральное исчисления).

4. Допущение об изотропности материала.

Это допущение предполагает, что материал тела обладает во всех направлениях **одинаковыми свойствами**.

Многие материалы состоят из кристаллов, у которых физико-механические свойства в различных направлениях существенно различны. Однако благодаря наличию в теле большого количества беспорядочно расположенных кристаллов свойства всей массы материала в различных направлениях выравниваются.

Допущение об изотропности хорошо подтверждается практикой для большинства материалов и лишь приближенно для таких материалов, как камень, пластмассы, железобетон.

Материалы, имеющие неодинаковые свойства в разных направлениях, называются **анизотропными**, например древесина.

5. Допущение об идеальной упругости.

Это допущение предполагает, что в известных пределах нагружения материал обладает **идеальной упругостью**, т.е. после снятия нагрузки деформации полностью исчезают.

Рассмотрим теперь гипотезы и допущения, связанные с **деформациями** элементов конструкций.

Изменение линейных и угловых размеров тела называется соответственно **линейной и угловой деформацией**. Изменение положения (координат) точек тела, вызванное деформацией, называется **перемещением**.

1. Допущение о малости перемещений, или принцип начальных размеров.

Согласно этому допущению деформации тела и связанные с ними перемещения точек и сечений малы по сравнению с размерами тела. На основании этого мы будем пренебрегать изменениями в расположении внешних сил, вызванными деформацией. Так, например, не будем принимать во внимание смещение Δz линии действия силы F , показанное на рис. 2.1.



Рис. 2.1. Пример допущения о малости перемещений

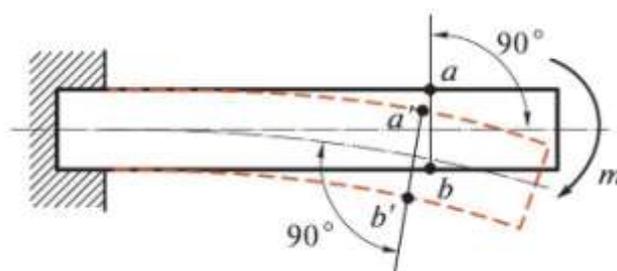


Рис. 2.2. Пример гипотезы плоских сечений (гипотезы Бернулли)



2. Допущение о линейной деформируемости тел.

Согласно этому допущению перемещения точек и сечений упругого тела в известных пределах нагружения **прямо пропорциональны** силам, вызывающим эти перемещения.

3. Гипотеза плоских сечений, или гипотеза Бернулли.

Согласно этой гипотезе плоские поперечные сечения, проведенные в теле до деформации, остаются при деформации **плоскими** и **нормальными к оси** (рис. 2.2). Эта гипотеза была впервые высказана швейцарским ученым Якобом Бернулли (1654—1705) и положена в основу при изучении большинства основных деформаций бруса.

К основным гипотезам сопротивления материалов относится также принцип независимости действия сил.

3. Виды нагрузок и основных деформаций

В процессе работы машин и сооружений их узлы и детали воспринимают и передают друг другу различные **нагрузки**, т.е. силовые воздействия, вызывающие изменение внутренних сил и деформации узлов и деталей.

Силы, воспринимаемые элементами конструкций, являются либо **массовыми**, или **объемными** (силы тяжести, силы инерции), либо поверхностными силами контактного взаимодействия рассматриваемого элемента с соседними элементами или прилегающей к нему средой (например, пар, воздух, жидкость).

Из теоретической механики известно, что поверхностные нагрузки бывают **сосредоточенными** или **распределенными**. В зависимости от характера действия нагрузки во времени их подразделяют на **статические** и **динамические**.

Статическими называются нагрузки, числовое значение, направление и место приложения которых остаются постоянными или меняются медленно и незначительно. Таким образом, можно полагать, что при передаче статических нагрузок все части конструкции находятся в равновесии. Пример статической нагрузки — сила тяжести сооружений.

Динамическими называются нагрузки, характеризующиеся быстрым изменением во времени их значения, направления или места приложения. К динамическим относятся **ударные**, **внезапно приложенные** и **повторно-переменные нагрузки**. Ударные нагрузки возникают, например, при ковке металла или забивке свай; примером внезапно прикладываемой нагрузки является давление колеса, катящегося по рельсу; повторно-переменные нагрузки испытывают, например, детали кривошипно-ползунного механизма паровой машины. К динамическим относятся также **инерционные** нагрузки, например силы инерции в ободке вращающегося маховика.

Следует помнить, что в число внешних сил, принимаемых во внимание при расчете конструкций, входят не только активные силы, но также реакции связей и силы инерции (при движении с достаточно большим ускорением).

Из практики известно, что в процессе эксплуатации элементы конструкций испытывают следующие **основные деформации**:

1) **растяжение** — эту деформацию испытывают, например, канаты, тросы, цепи, шток протяжного станка;

2) **сжатие** — на сжатие работают, например, колонны, кирпичная кладка, пуансоны штампов;

3) **сдвиг** — деформацию сдвига испытывают заклепки, болты, шпонки, швы сварных соединений. Деформацию сдвига, доведенную до разрушения материала, называют **срезом**. Срез возникает, например, при резке ножницами или штамповке деталей из листового материала;

4) **кручение** — на кручение работают валы, передающие мощность при вращательном движении. Обычно деформация кручения сопровождается другими деформациями, например изгибом;

5) **изгиб** — на изгиб работают балки, оси, зубья зубчатых колес и другие элементы конструкций.



Очень часто элементы конструкций подвергаются действию нагрузок, вызывающих одновременно несколько основных деформаций.

4. Метод сечений. Напряжение

Для расчетов деталей машин и сооружений на прочность необходимо знать внутренние силы упругости, возникающие в результате действия приложенных к деталям внешних сил.

В теоретической механике мы познакомились с понятием метода сечений. Этот метод широко применяется в сопротивлении материалов для определения внутренних сил, поэтому рассмотрим его подробно. Напомним, что всякое тело, в том числе деталь машины или сооружения, можно полагать системой материальных точек.

В теоретической механике мы имели дело с неизменяемыми системами; в сопротивлении материалов рассматриваются изменяемые (деформируемые) системы материальных точек.

Метод сечений заключается в том, что тело мысленно рассекается плоскостью на две части, любая из которых отбрасывается и взамен нее к сечению оставшейся части прикладываются внутренние силы, действовавшие до разреза; оставленная часть рассматривается как самостоятельное тело, находящееся в равновесии под действием внешних и приложенных к сечению внутренних сил.

Согласно третьему закону Ньютона (аксиома взаимодействия), внутренние силы, действующие в сечении оставшейся и отброшенной частей тела, равны по модулю, но противоположны по направлению. Таким образом, рассматривая равновесие любой из двух частей рассеченного тела, мы получим одно и то же значение внутренних сил, однако выгоднее рассматривать ту часть тела, для которой уравнения равновесия проще.

В соответствии с принятым допущением о непрерывности материала тела мы можем утверждать, что внутренние силы, возникающие в теле, представляют собой силы, равномерно или неравномерно распределенные по сечению.

Применяя к оставленной части тела условия равновесия, мы не сможем найти закон распределения внутренних сил по сечению, но сможем определить **статические эквиваленты** этих сил.

Так как основным расчетным объектом в сопротивлении материалов является брус и чаще всего нас будут интересовать внутренние силы в его поперечном сечении, то рассмотрим, каковы будут статические эквиваленты внутренних сил в поперечном сечении бруса. Рассечем брус (рис. 2.3) поперечным сечением $a-a$ и рассмотрим равновесие его левой части.

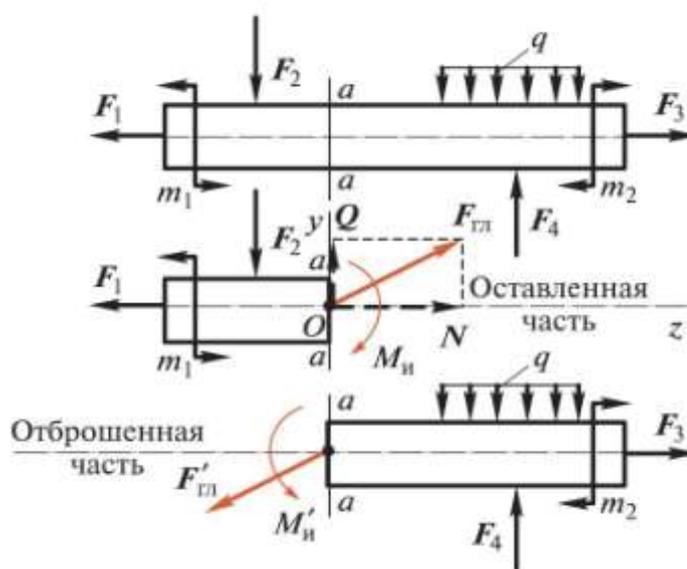


Рис. 2.3. Статические эквиваленты внутренних сил в поперечном сечении бруса



Если внешние силы, действующие на брус, лежат в одной плоскости, то в общем случае статическим эквивалентом внутренних сил, действующих в сечении $a-a$, будут **главный вектор** $F_{\text{гл}}$, приложенный в центре тяжести сечения, и **главный момент** $M_{\text{гл}} = M_{\text{и}}$, уравновешивающие плоскую систему внешних сил, приложенных к оставленной части бруса.

Разложим главный вектор на составляющую N , направленную вдоль оси бруса, и составляющую Q , перпендикулярную этой оси, т.е. лежащую в плоскости поперечного сечения.

Эти составляющие главного вектора вместе с главным моментом назовем **внутренними силовыми факторами**, действующими в сечении бруса. Составляющую N назовем **продольной силой**, составляющую Q — **поперечной силой**, пару сил с моментом $M_{\text{и}}$ — **изгибающим моментом**.

Для определения указанных трех внутренних силовых факторов применим известные из статики три уравнения равновесия оставленной части бруса, а именно:

$$\sum Z = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum M = 0$$

(ось z всегда направляем по оси бруса).

Если внешние силы, действующие на брус, не лежат в одной плоскости, т.е. представляют собой пространственную систему сил, то в общем случае в поперечном сечении бруса возникают **шесть внутренних силовых факторов** (рис. 2.4), для определения которых применим известные из статики **шесть уравнений равновесия** оставленной части бруса, а именно:

$$\begin{aligned} \sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum Z = 0; \\ \sum M_x = 0; \quad \sum M_y = 0; \quad \sum M_z = 0. \end{aligned}$$

Шесть внутренних силовых факторов, возникающих в поперечном сечении бруса в самом общем случае, носят следующие названия: N — продольная сила, Q_x, Q_y — поперечные силы, M_k — крутящий момент, $M_{\text{и}x}, M_{\text{и}y}$ — изгибающие моменты.

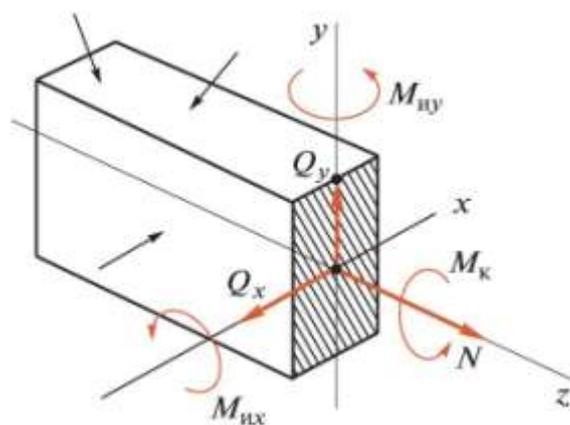


Рис. 2.4. Пространственная система сил

При разных деформациях в поперечном сечении бруса возникают различные внутренние силовые факторы. Рассмотрим частные случаи:

1. **В сечении возникает только продольная сила N .** Это деформация **растяжения** (если сила N направлена от сечения) или деформация **сжатия** (если сила N направлена к сечению).
2. **В сечении возникает только поперечная сила Q .** Это деформация **сдвига**.
3. **В сечении возникает только крутящий момент M_k .** Это деформация **кручения**.
4. **В сечении возникает только изгибающий момент $M_{\text{и}}$.** В этом случае это деформация **чистого изгиба**. Если в сечении одновременно возникают изгибающий момент $M_{\text{и}}$ и поперечная сила Q , то изгиб называют **поперечным**.
5. **В сечении одновременно возникает несколько внутренних силовых факторов** (например, изгибающий и крутящий моменты или изгибающий момент и продольная сила). Имеет место **сочетание основных деформаций (сложное сопротивление)**.

Наряду с понятием деформации одним из основных понятий сопротивления материалов является **напряжение**. **Напряжение характеризует интенсивность внутренних сил, действующих в сечении.**

Рассмотрим какой-либо произвольно нагруженный брус и применим к нему метод сечений (рис. 2.5). Выделим в сечении бесконечно малый элемент площади dA (что мы имеем право делать, так как считаем материал непрерывным). Ввиду малости этого элемента можно считать,



что в его пределах внутренние силы, приложенные в различных точках, одинаковы по модулю и направлению и, следовательно, представляют собой систему параллельных сил. Равнодействующую этой системы обозначим dF . Разделив dF на площадь элементарной площадки dA , определим интенсивность внутренних сил, т.е. напряжение p в точках элементарной площадки dA :

$$p = \frac{dF}{dA}.$$

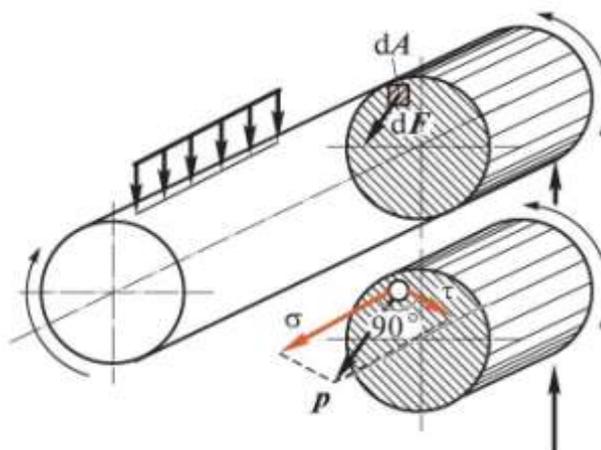


Рис. 2.5. Нагруженный брус

Таким образом, **напряжение есть внутренняя сила, отнесенная к единице площади сечения**. Напряжение — величина **векторная**.

Размерность напряжения:

$$[p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\text{сила}}{\text{площадь}} = \text{ньютон на квадратный метр} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{паскаль (Па)}.$$

Поскольку эта единица напряжения очень мала, то мы будем применять более крупную кратную единицу — мегапаскаль (МПа):

$$1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 1 \text{ Н/мм}^2.$$

Числовые значения напряжения, выраженного в мегапаскалях и ньютонах на квадратный миллиметр, совпадают.

Разложим вектор напряжения p на две составляющие: σ — перпендикулярную плоскости сечения и τ — лежащую в плоскости сечения (рис. 2.5). Эти составляющие назовем: σ — **нормальное напряжение**, τ — **касательное напряжение**.

Так как угол между нормальным и касательным напряжениями всегда равен 90° , то модуль полного напряжения p определим по формуле

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Разложение полного напряжения на нормальное и касательное имеет вполне определенный физический смысл. Как мы убедимся в дальнейшем, в поперечном сечении бруса при растяжении, сжатии и чистом изгибе действуют только **нормальные напряжения**, а при сдвиге и кручении — **только касательные напряжения**.



В заключение рассмотрим гипотезу, которая называется **принципом независимости действия сил** и формулируется так: **при действии на тело нескольких нагрузок внутренние силы, напряжения, перемещения и деформации в любом месте могут быть определены как сумма этих величин, найденных от каждой нагрузки в отдельности.**

Принцип независимости действия сил применим только для конструкций, деформации которых малы по сравнению с размерами и пропорциональны действующим нагрузкам.