



## Раздел I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

### Часть 3. Динамика

#### Тема 1.12. Основы динамики материальной точки

##### Занятие №1.

##### Учебные вопросы:

1. Аксиомы динамики
2. Принцип независимости действия сил. Дифференциальные уравнения движения материальной точки

### 1. Аксиомы динамики

**Динамика** есть часть теоретической механики, изучающая механическое движение тел в зависимости от сил, влияющих на это движение.

Основы динамики заложил итальянский ученый Г. Галилей (рис. 1.66), который опроверг неверное воззрение, существовавшее в науке со времен Аристотеля, о том, что из двух тел, падающих на Землю, более тяжелое тело движется быстрее. Галилей установил, что сила есть причина изменения скорости, т.е. причина возникновения ускорения. И. Ньютон, развив учение Галилея, дал определения основным понятиям механики и сформулировал аксиомы, или законы, движения, которые до сих пор являются фундаментом, на котором построены современные физические представления.

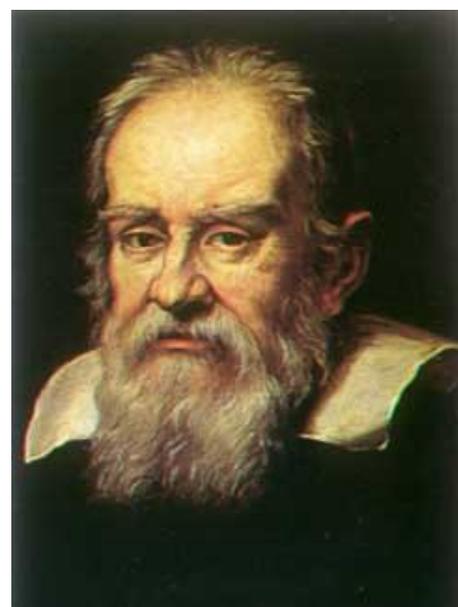
**Галилео Галилей** (15 февраля 1564 года — 8 января 1642 года) — итальянский физик, механик, астроном, философ, математик, оказавший значительное влияние на науку своего времени.

Он одним из первых использовал телескоп для наблюдения небесных тел и сделал ряд выдающихся астрономических открытий. Галилей — основатель экспериментальной физики. Своими экспериментами он убедительно опроверг умозрительную метафизику Аристотеля и заложил фундамент классической механики.

При жизни был известен как активный сторонник гелиоцентрической системы мира, что привело Галилея к серьезному конфликту с католической церковью.

Динамика основывается на ряде положений, которые являются аксиомами и называются **законами динамики**. Прежде чем перейти к рассмотрению этих законов, введем новое для нас понятие **изолированной материальной точки**, т.е. точки, на которую не действуют другие материальные точки. В действительности изолированные тела в природе не существуют и понятие изолированной материальной точки условно.

Первый закон динамики, называемый **аксиомой инерции**, или **первым законом Ньютона**, формулируется в применении к материальной точке так: изолированная материальная точка либо находится в покое, либо движется прямолинейно и равномерно.



**Рис. 1.66.** Галилео Галилей  
На портрете 1636 года работы  
Ю. Сустерманса



В кинематике было установлено, что прямолинейное равномерное движение есть единственный вид движения, при котором ускорение равно нулю, поэтому аксиому инерции можно сформулировать так: **ускорение изолированной материальной точки равно нулю.**

Итак, изолированная от влияния окружающих тел материальная точка не может сама себе сообщить ускорение. Это свойство тел называется **инерцией**, или **инертностью**.

Можно сказать, что инерция, или инертность, есть способность тела сохранять свою скорость по модулю и направлению неизменной (в том числе и скорость, равную нулю).

Изменить скорость, т.е. сообщить ускорение, может лишь приложенная к телу сила.

Зависимость между силой и сообщаемым ею ускорением устанавливает второй закон динамики, или **второй закон Ньютона**, который формулируется так: **ускорение, сообщаемое материальной точке силой, имеет направление силы и пропорционально ее модулю.**

Если сила  $F_1$  сообщает материальной точке ускорение  $a_1$ , а сила  $F_2$  — ускорение  $a_2$ , то на основании второго закона Ньютона можно записать

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} \text{ или } \frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2}.$$

Следовательно, для данной материальной точки отношение силы к ускорению есть величина постоянная. Это отношение обозначим  $m$  и назовем **массой** данной материальной точки:

$$\frac{F}{a} = m = \text{const.}$$

Это равенство означает, что две материальные точки имеют одинаковые массы, если от одной и той же силы они получают одинаковые ускорения; чем больше масса точки, тем большую силу нужно приложить, чтобы сообщить точке заданное ускорение.

Масса — одна из основных характеристик любого материального объекта, определяющая его инертные и гравитационные свойства. Ньютон называл массой количество материи, заключенное в теле, и считал массу величиной постоянной.

С современной точки зрения масса тела (отношение силы к ускорению) не является неизменной и зависит от скорости движения. Так, например, при наблюдениях за движением в ускорителях заряженных частиц доказано, что инертность частицы, т.е. способность сохранять свою скорость, возрастает с увеличением ее скорости. Теория относительности устанавливает следующую зависимость между массой тела, находящегося в покое, и массой движущегося тела:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

где  $m$  — масса движущегося тела;  
 $m_0$  — масса тела в состоянии покоя;  
 $v$  — скорость движения тела;  
 $c$  — скорость света.

Из этой формулы видно, что чем больше скорость движения тела, тем больше его масса и, следовательно, тем труднее сообщить ему дальнейшее ускорение.

На основании теории относительности современная наука дает массе такое определение: **масса есть мера инертности тела.**

Однако заметно масса тела меняется лишь при очень больших скоростях, близких к скорости света, поэтому в дальнейшем этим изменением пренебрегаем и считаем массу величиной постоянной.



Второй закон Ньютона выражается равенством

$$F = ma,$$

которое называется **основным уравнением динамики** и читается так: **сила есть вектор, равный произведению массы точки на ее ускорение.**

Основное уравнение динамики есть уравнение движения материальной точки в векторной форме.

Из опыта известно, что под действием притяжения Земли в пустоте тела падают в данном месте с одинаковым ускорением, которое называется **ускорением свободного падения**. Сила тяжести тела равна его массе, умноженной на ускорение свободного падения. Если сила тяжести одного тела  $G_1 = m_1g$ , а второго  $G_2 = m_2g$ , то

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{m_1g}{m_2g} = \frac{m_1}{m_2},$$

т.е. силы тяжести тел пропорциональны их массам, что позволяет сравнивать массы тел путем их взвешивания.

Ускорение свободного падения  $g$  в различных местах земной поверхности различно и уменьшается от полюсов к экватору, так как земной шар сплюснут в направлении полюсов. Другой причиной уменьшения ускорения свободного падения при перемещении от полюсов к экватору является существование центробежной силы инерции.

Для Москвы  $g = 9,8156 \text{ м/с}^2$ , на полюсах  $g = 9,83 \text{ м/с}^2$ , на экваторе  $g = 9,78 \text{ м/с}^2$ . Очевидно, что сила тяжести тела зависит от места, где производится взвешивание.

Из второго закона Ньютона следует, что **под действием постоянной силы находящаяся в покое свободная материальная точка движется прямолинейно равнопеременно.**

Движение под действием постоянной силы может быть и криволинейным, и криволинейным (в последнем случае материальная точка имеет начальную скорость, вектор которой не совпадает с линией действия силы). Пример движения под действием постоянной силы — свободное падение тел.

К основным законам динамики относится известная из статики **аксиома взаимодействия**, или **третий закон Ньютона**. Применительно к материальной точке закон формулируется так: **силы взаимодействия двух материальных точек по модулю равны между собой и направлены в противоположные стороны.**

## 2. Принцип независимости действия сил. Дифференциальные уравнения движения материальной точки

Принцип независимости действия сил формулируется так: **при одновременном действии на материальную точку нескольких сил ее ускорение равно векторной сумме ускорений, которые эта точка получила бы от действия каждой силы в отдельности.**

Пусть к материальной точке  $A$  приложены силы  $F_1$  и  $F_2$ , равнодействующая которых равна  $F$ . На основании аксиомы параллелограмма запишем

$$F_1 + F_2 = F.$$

Разделив обе части равенства на массу точки, получим

$$\frac{F_1}{m} + \frac{F_2}{m} = \frac{F}{m}.$$



Откуда

$$a_1 + a_2 = a.$$

Применяя последовательно аксиому параллелограмма, можно показать, что при одновременном действии на материальную точку нескольких сил ее ускорение будет таким, как если бы действовала одна равнодействующая сила:

$$F = \sum F_i.$$

Пользуясь принципом независимости действия сил, выведем уравнение движения материальной точки в дифференциальной форме.

Пусть материальная точка  $A$  массой  $m$  движется в плоскости чертежа под действием силы  $F = \sum F_i$  с ускорением  $a$ , тогда

$$F = ma.$$

Спроецируем это векторное равенство на две взаимно-перпендикулярные оси координат  $x$  и  $y$  (оси и вектор силы  $F$  лежат в одной плоскости) и получим **уравнение плоского движения материальной точки в координатной форме**:

$$F = \sum X = ma_x; F = \sum Y = ma_y.$$

Применяя теорему о проекции ускорения на координатную ось, эти уравнения можно записать в виде **дифференциальных уравнений плоского движения материальной точки**:

$$\sum X = m \frac{d^2x}{dt^2}; \sum Y = m \frac{d^2y}{dt^2},$$

где  $\sum X, \sum Y$  — алгебраические суммы проекций сил, действующих на точку, на соответствующие координатные оси  $x$  и  $y$  — текущие координаты точки.

С помощью полученных уравнений решаются **две основные задачи динамики**:

- 1) по заданному движению точки определить действующие на нее силы;
- 2) зная действующие на точку силы, определить ее движение.

В тех случаях, когда при решении задач имеем дело с несвободной материальной точкой, необходимо применять принцип освобожденности, т.е. отбросить связи и заменить их реакциями, учитывая последние в уравнениях движения наравне с действующими на точку активными силами.