312 ЭТиЭ (16)

Законспектировать материал. Фотоотчёт (1 файл) прислать на эл. почту по расписанию

22.10.24. (11:50 – 13.20)

Цепь переменного тока с ёмкостью.

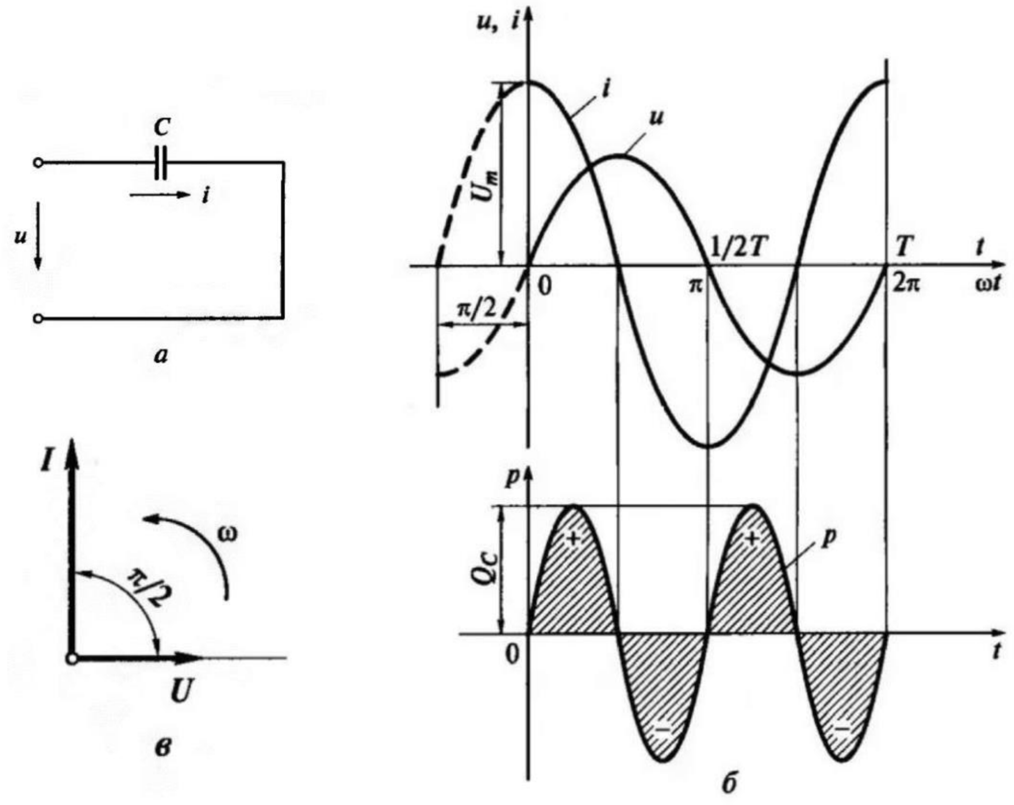

Рис.13. Цепь переменного тока с емкостью: а — схема замещения; б — графики тока, напряжения и мощности; в — векторная диаграмма

Рассмотрим электрическую цепь, в которой переменное напряжение $U(t) = U_m \sin \omega t$ приложено к ёмкости C (рис. 13).

Мгновенное значение тока в цепи с ёмкостью равно скорости изменения заряда на обкладках конденсатора:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

но поскольку $q = Cu$, то

$$i = \frac{d(Cu)}{dt} = C\frac{du}{dt} = C\frac{d(U_m \sin \omega t)}{dt} = U_m \omega C \cos \omega t = U_m \omega C \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = I_m \sin(\omega t +$$

где

$$U_m \omega C = I_m .$$

Мы видим, что в этой цепи ток опережает напряжение на угол π/2. Разделение зарядов на обкладках и, как следствие, появление напряжения на ёмкости можно сравнить с процессом увеличения уровня жидкости при заполнении бака.

Это закон Ома для цепи переменного тока с емкостью, а величина

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

называется *емкостным сопротивлением.*

Емкостное сопротивление X_C уменьшается с ростом частоты f. Это объясняется тем, что при большей частоте заряд и разряд конденсатора происходят быстрее, т.е. в единицу времени через конденсатор проходит большее количество электричества, что равносильно уменьшению сопротивления.

Неразветвленная цепь переменного тока с активным сопротивлением, индуктивностью и емкостью. Резонанс напряжений

Рассмотрим теперь цепь переменного тока, содержащую индуктивность, ёмкость и резистор, включенные последовательно (рис. 24).

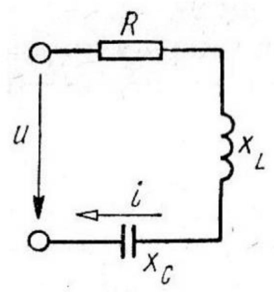

Рис. 24. Схема цепи переменного тока с R, L и C

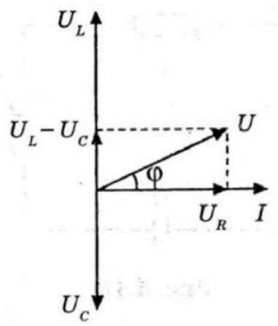

Рис. 25. Векторная диаграмма для цепи с R, L и C ($\vec{U}_L > \vec{U}_C$)

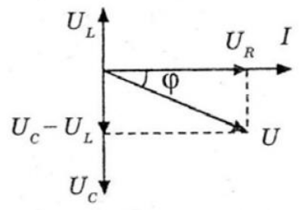

Рис. 26. Векторная диаграмма для цепи с R, L и C ($\vec{U}_L < \vec{U}_C$)

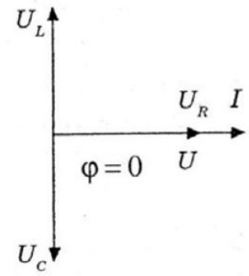

Рис. 27. Векторная диаграмма для цепи с R, L и C ($\vec{U}_L = \vec{U}_C$)

Через все элементы цепи протекает один и тот же ток, поэтому в качестве основного выберем вектор тока и будем строить вектор напряжения, приложенного к этой цепи. Напряжение, приложенное к цепи, равно векторной сумме падений напряжений на катушке индуктивности, на емкости и на резисторе:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C .$$

Мы уже знаем, что напряжение на резисторе совпадает по фазе с током, на катушке опережает ток по фазе на π/2, а на емкости отстает от тока по фазе на π/2.

Можно записать эти напряжения в следующем виде:

$$u_R = U_{mR} \sin \omega t = R \cdot I_m \sin \omega t ;$$

$$u_L = U_{mL} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \omega L \cdot I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) ;$$

$$u_C = U_{mC} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{\omega C} \cdot I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) .$$

В результате построения диаграммы мы получили треугольник напряжений, гипотенуза которого равна приложенному напряжению $\vec{U}$. При этом разность фаз между током и напряжением определяется соотношением векторов $\overrightarrow{\boldsymbol{U_L}}$ и $\overrightarrow{U_C}$. При $U_L > U_C$ (см. рис. 25) угол φ положителен и нагрузка имеет индуктивный характер, при $U_L < U_C$ угол φ отрицателен и нагрузка имеет емкостный характер (рис. 26), а при
$U_L = U_C$ угол φ равен нулю и нагрузка является чисто активной (рис. 27).

Резонансом напряжений называют явление в цепи с последовательным контуром, когда ток в цепи совпадает по фазе с напряжением источника.

Таким образом, условием резонанса напряжений является $X = 0$ или $X_L = X_C$.
Но $X_L = 2\pi fL$, а $X_C = \frac{1}{2\pi fC}$, где f- частота источника питания. В результате можно записать

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

Решив это уравнение относительно получим

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_0 \qquad (4)$$

При резонансе напряжений частота источника равна собственной частоте колебаний контура.

Выражение (4) является формулой Томсона, определяющей зависимость собственной частоты колебаний контура f от параметров L и C. Следует вспомнить, что если конденсатор контура зарядить от источника постоянного тока, а затем замкнуть его на индуктивную катушку, то в контуре возникнет переменный ток частоты f. Вследствие потерь колебания в контуре будут затухать, причем время затухания
зависит от значения возникших потерь.

Резонансу напряжений соответствует векторная диаграмма, приведенная на рис.27.

На основании этой диаграммы и закона Ома для цепи с R, L и C сформулируем признаки резонанса напряжений:

а) сопротивление цепи $Z = R$ минимальное и чисто активное;

б) ток цепи совпадает по фазе с напряжением источника и достигает максимального значения;

в) напряжение на индуктивной катушке равно напряжению на конденсаторе и каждое в отдельности может во много раз превышать напряжение на зажимах цепи.

Физически это объясняется тем, что напряжение источника при резонансе идет только на покрытие потерь в контуре. Напряжение на катушке и конденсаторе обусловлено накопленной в них энергией, значение которой тем больше, чем меньше потери в цепи. Количественно указанное явление характеризуется *добротностью контуре* Q, которая представляет собой отношение напряжения на катушке или конденсаторе к напряжению на зажимах цепи при резонансе:

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{IX_L}{IR} = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}. \qquad (5)$$

Способность колебательного контура выделять токи резонансных частот и ослаблять токи других частот характеризуется резонансной кривой (рис. 28).

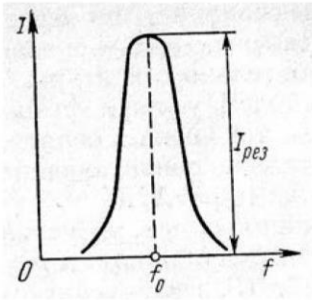

Рис. 14. Резонансная кривая последовательного контура

Резонансная кривая показывает зависимость действующего значения тока в контуре от частоты источника при неизменной собственной частоте контура.

Эта зависимость определяется законом Ома для цепи с *L* и *C*. Действительно,

$$I(f) = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL - 1/2\pi fC)^2}} \qquad (6)$$

Анализ этого выражения (6) показывает, что при низких и высоких частотах реактивное сопротивление велико и ток в контуре мал. При частотах, близких к f_0, реактивное сопротивление мало и ток контура велик. При этом, чем больше добротность контура *Q*, тем острее резонансная кривая контура.

Резонанс напряжений широко используется в радиотехнике и электронике для выделения сигналов заданной частоты.

Разветвленная цепь переменного тока. Резонанс токов.

В отличие от последовательных цепей переменного тока, где ток, протекающий по всем элементам цепи, одинаков, в параллельных цепях одинаковым будет напряжение, приложенное к параллельно включенным ветвям цепи.

Рассмотрим параллельное включение емкости и ветви, состоящей из индуктивности и активного сопротивления (рис. 28).

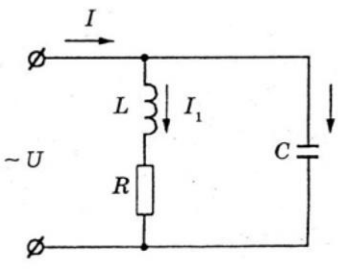

Рис. 28. Схема цепи с параллельным включением C и ветви, состоящей из L и R

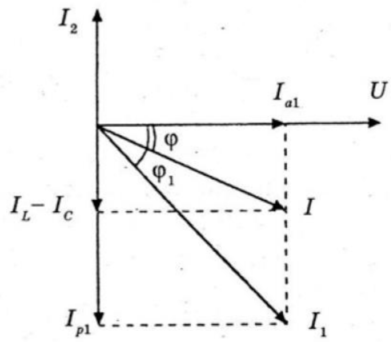

Рис. 29. Векторная диаграмма цепи

Обе ветви находятся под одним и тем же приложенным напряжением U. Построим векторную диаграмму для этой цепи. В качестве основного вектора выберем вектор приложенного напряжения U (рис. 29).

По ветви с индуктивностью и активным сопротивлением течет ток I_1. Длину этого вектора найдем из соотношения

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{X_L^2 + R^2}} \qquad \textbf{(7)}$$

и отложим этот вектор по отношению к вектору U под углом φ_1 который определяется по формуле

$$tg\varphi_1 = \frac{X_L}{R}$$

Полученный таким образом вектор тока $\boldsymbol{I_1}$ разложим на две составляющие: активную $\boldsymbol{I_{a1}} = l_1 \text{Cos } \varphi_1$ и реактивную $\boldsymbol{I_{p1}} = I_1 \text{Sin } \varphi_1$ (см. рис. 29).

Из векторной диаграммы видно, что длина и положение вектора общего тока зависят от соотношения между реактивными токами I_L и I_C . В частности, при

$I_L > I_C$ общий ток отстает по фазе от приложенного напряжения, при $I_L < I_C$ - опережает его, а при $I_L = I_C$ - совпадает с ним по фазе. Последний случай $\boldsymbol{(I_L = I_C)}$

называется *резонансом токов.*

Сформулируем признаки резонанса токов:

а) сопротивление контура Z максимальное и чисто активное;

б) ток в не разветвлённой части цепи совпадает по фазе с напряжением источника и достигает минимального значения;

в) реактивная составляющая тока в катушке равна емкостному току, причём эти токи могут во много раз превышать ток источника.

Физически это объясняется тем, что при малых потерях в контуре ток источника требуется только для покрытия этих потерь.