

И*Л

*Государственное издательство
иностранной
литературы*

Theodore von Kármán

**SUPERSONIC
AERODYNAMICS**

**PRINCIPLES
and
APPLICATIONS**

The Tenth Wright Brothers Lecture

(*Journal of the Aeronautical Sciences*,
1947. vol. 14. № 7.)

Т. Карман

СВЕРХЗВУКОВАЯ АЭРОДИНАМИКА

ПРИНЦИПЫ
И
ПРИЛОЖЕНИЯ

*Перевод с английского и редакция
Н. А. ТАЛИЦКИХ*

*

1948
Государственное издательство
ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва

АННОТАЦИЯ

Настоящая статья Т. Кáрмана «Сверхзвуковая аэродинамика» представляет собой доклад на десятом чтении в честь братьев Райт в апреле 1947 г. Доклад посвящен главным образом линейной теории крыла конечного размаха в сверхзвуковом потоке. Наибольший интерес представляет анализ влияния стреловидности на подъемную силу и на волновое сопротивление крыла при сверхзвуковых скоростях и применение интеграла Фурье к решению задачи о крыле конечного размаха.

При переводе в некоторых местах сделаны ссылки на работы, опубликованные в Советском Союзе. Эти работы, а также другие опубликованные советские работы, не указанные Карманом, приведены отдельно в соответствующих разделах списка литературы.

СВЕРХЗВУКОВАЯ АЭРОДИНАМИКА

1. СКОРОСТЬ ЗВУКА. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ

Первое теоретическое вычисление скорости звука было дано Исааком Ньютоном в его *Принципах натуральной философии*. Он нашел, что скорость распространения колебания давления прямо пропорциональна корню квадратному из упругой силы сопротивления воздуха сжатию и обратно пропорциональна корню квадратному из плотности среды. Выполнив вычисления, он получил величину 979 футов в секунду для скорости звука в воздухе на уровне моря при стандартных условиях и нашел, что это значение почти на 15% меньше, чем экспериментальное значение 1142 фута в секунду, выведенное из наблюдений над выстрелами из орудия. Ньютон объяснил расхождение присутствием в атмосфере взвешенных твердых частиц и паров воды.

Позднее Лаплас обнаружил, что метод Ньютона вычисления упругих сил содержит предположение, что сжатие происходит изотермически, тогда как действительный процесс очень близок к адиабатическому. Ньютон не мог, конечно, предвидеть термодинамических зависимостей, которые были неизвестны в его время. Однако интересно заметить, что даже такой гений может поддаться искушению объяснить существенное расхождение между теорией и экспериментом подходящим измышлением.

До последнего времени изучение движения тел, имеющих скорость больше скорости звука, относилось к области баллистики.

Несколько десятилетий назад, когда возникла современная аэродинамика, большинство теорий было основано на предположении, что воздух можно рассматривать как несжимаемую жидкость. Было найдено, что при этом предположении ошибка в вычислении аэродинамических сил, возникающих при движении самолета, составляет около половины квадрата отношения скорости полета к скорости звука. Это отношение называется числом Маха по

имени венского физика и философа, которому мы обязаны многими открытиями в высокоскоростном потоке и прекрасным оптическим методом наблюдения. Если скорость полета равна 250 км/час, ошибка будет приблизительно $\frac{1}{2} (\frac{1}{5})^2$, или 2%. Так как полетная скорость самолета возрастает, становится необходимым рассматривать так называемый эффект сжимаемости.

Я думаю, что мы теперь пришли к положению, когда знакомство с сверхзвуковой аэродинамикой должно рассматриваться инженером как необходимая предпосылка его работы. Эта ветвь аэродинамики перестает быть собранием математических формул и полувразумительных разрозненных экспериментальных результатов. В настоящее время авиаконструктор должен иметь такое же представление о фактах, относящихся к сверхзвуковому полету, какое он получил в области дозвуковых скоростей путем долгого процесса теоретического изучения, экспериментальных исследований и полетных испытаний.

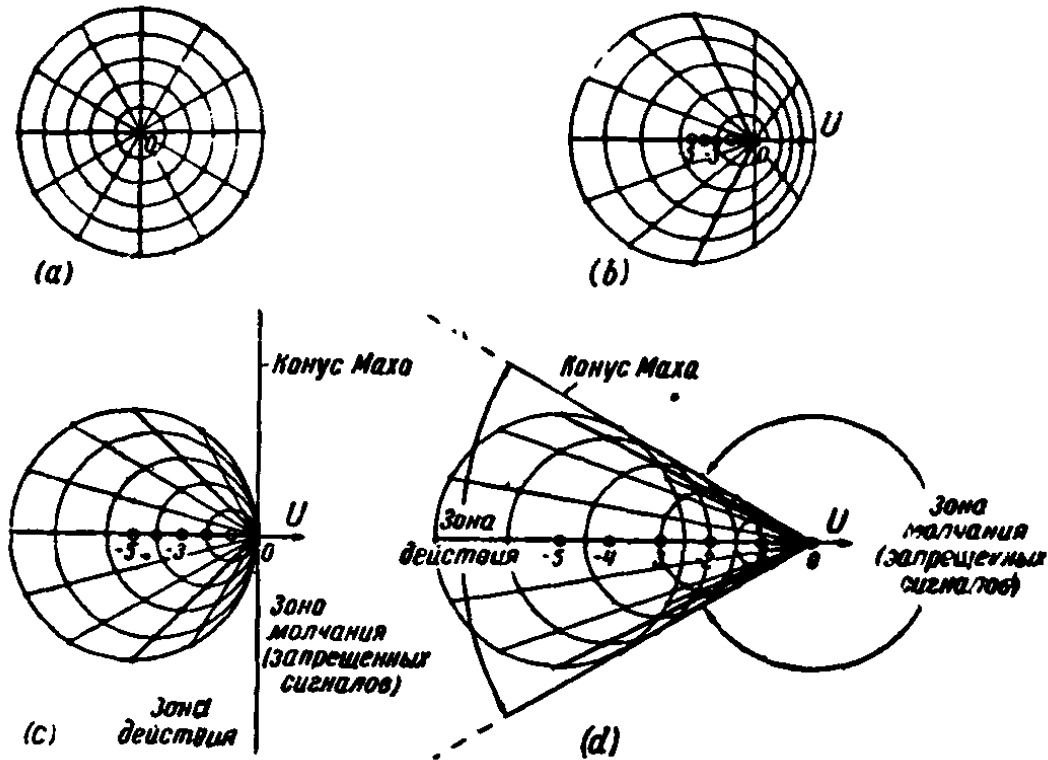
2. ТРИ ПРАВИЛА СВЕРХЗВУКОВОЙ АЭРОДИНАМИКИ

Следующие правила основаны на предположении, что возмущения воздуха, производимые движущимся телом, могут рассматриваться как малые. Влияние конечных возмущений будет рассмотрено в разделе 10.

1) **Правило «запрещенных сигналов».** Так как слабое изменение давления распространяется со скоростью звука, то очевидно, что влияние изменения давления, производимого в воздухе телом, движущимся со скоростью, превышающей скорость звука, не может достигнуть точек, расположенных впереди тела. Можно сказать, что тело не способно посылать сигналы вперед. Это показывает, что имеется фундаментальное различие между дозвуковым и сверхзвуковым движением.

Рассмотрим случай дозвукового установившегося движения, например, равномерный горизонтальный полет самолета. В этом случае сигнал давления распространяется вперед со скоростью звука минус скорость полета

самолета, тогда как сигнал в обратную сторону распространяется со скоростью, равной сумме скоростей полета и звука. Таким образом, распределение эффекта не будет



Фиг. 1. Точечный источник, движущийся в сжимаемой жидкости: (а) неподвижный источник; (б) источник, движущийся со скоростью, равной половине скорости звука; (с) источник, движущийся со скоростью звука; (д) источник с удвоенной скоростью звука.

больше симметричным, тем не менее каждая точка пространства достигается сигналом, если только полет начинается из бесконечно удаленной точки. (При таком рассмотрении мы пренебрегаем вязкостью, т. е. поглощением энергии в воздухе.) Легко видеть, что этого не будет при сверхзвуковом полете и мы получаем второе правило, которое относится к зоне действия и зоне молчания.

2) «Зона действия и зона молчания». Рассмотрим простейший случай точечного источника (фиг. 1).

Фиг. 1а изображает сферические поверхности, которые достигаются эффектом давления в равные промежутки времени, когда точечный источник неподвижен.

Фиг. 1б изображает те же поверхности при точечном источнике, движущемся со скоростью меньшей, чем скорость звука, фиг. 1с представляет случай точечного источника, движущегося со скоростью звука; наконец, фиг. 1д — случай источника, движущегося быстрее скорости звука. Очевидно, что в последнем случае все действие ограничено внутренностью конуса, который включает в себе все сферы. Область вне конуса может быть названа зоной молчания.

Легко видеть, что синус половины угла при вершине конуса равен обратной величине числа Маха. Этот угол называется углом Маха. Конус, который отделяет зону действия от зоны молчания, называется конусом Маха.

Согласно этому правилу стационарный точечный источник в сверхзвуковом потоке производит действие только в точках, лежащих на или внутри конуса Маха, исходящего из этого источника, расширяющегося вниз по течению. Обратно, давление и скорость в произвольной точке потока могут изменяться только от возмущений, действующих в точках, лежащих на или внутри конуса с тем же углом при вершине и расширяющегося вверх по течению от рассматриваемой точки.

3) Правило «сосредоточенности действия» Это правило выражает другое характерное различие между дозвуковым и сверхзвуковым движениями. Оно относится к распределению действия давления в пространстве около движущегося тела. Точки, изображенные на фиг. 1а — 1д, показывают размещение материальных частиц, испускаемых источником и движущихся со звуковой скоростью. Они качественно иллюстрируют распределение плотности действия в различных случаях.

В дозвуковом случае действие давления не только убывает с возрастанием расстояния от источника, но также рассеивается во всех направлениях. В случае тела, движущегося со сверхзвуковой скоростью, действие давления сосредоточено внутри конуса Маха, который образует внешнюю границу зоны действия. Это явление легко можно видеть на примерах, рассмотренных в следующих разделах.

3. МЕХАНИЗМ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Существуют два метода вычисления сопротивления тела, движущегося в жидкой среде. В первом рассматриваются силы давления и трения, действующие на поверхность тела, и определяется их равнодействующая. Во втором методе тело и соответствующим образом выделенная область окружающего его воздуха рассматриваются как одна механическая система, вычисляются или измеряются нормальные и касательные напряжения, действующие на границу системы, а также поток количества движения жидкости, входящей или выходящей из системы через ту же границу. Эта граница называется контрольной поверхностью. Первый метод для инженера представляется более приемлемым. Однако часто второй метод является более удобным, как показывает, например, его успешное использование при экспериментальных работах. Хорошо известное определение профильного сопротивления крыла так называемым методом импульсов представляет собой и непосредственно приложение второго метода. Кроме того, в эпоху развития реактивных движений инженер должен быть знаком с определением реактивных сил, действующих на движущееся тело, что так же связано с применением второго метода.

Согласно так называемому парадоксу Даламбера тело при движении в идеальной несжимаемой жидкости не испытывает сопротивления, если движение не вызывает вихрей и поток не отрывается от тела. Это положение основано на существовании вокруг тела безвихревого движения, в котором все возмущения полностью исчезают в бесконечности.

Сопротивление в реальной жидкости создается силами трения и отрыва потока. Потеря количества движения, эквивалентного сопротивлению, может быть определена в следе, сопровождающем тело. Это соотношение между сопротивлением и потерей количества движения в следе будет справедливо и для движения тела в сжимаемой жидкости, если это движение дозвуковое.

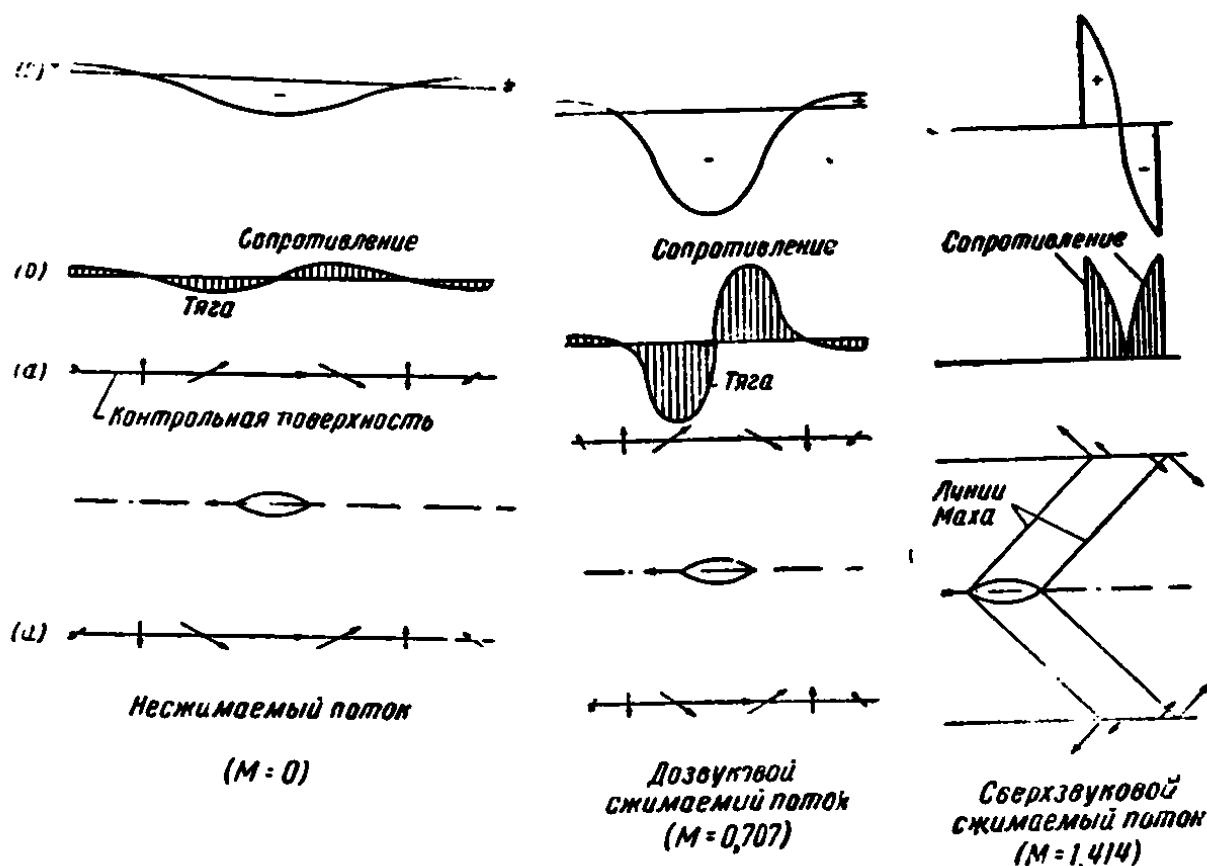
Более того, сопротивление будет отсутствовать, в соответствии с парадоксом Даламбера остается справедливой и для

идеальной сжимаемой жидкости, при условии существования вокруг тела непрерывного безвихревого движения. Однако, в то время как в случае несжимаемой жидкости уравнения потока всегда допускают решение, соответствующее указанному выше движению, в случае сжимаемой жидкости это будет справедливо лишь для чисел Маха, не превосходящих некоторого критического значения, меньшего единицы.

Между критическим числом Маха и числом Маха, равным единице, след вызывается не только трением и отрывом потока, а также, как будет показано ниже, существованием ударных волн. Следовательно, хотя механизм образования следа в последнем случае может быть более сложным, тем не менее полная потеря количества движения, эквивалентная сопротивлению, всегда появляется в следе, если тело движется с дозвуковой скоростью.

При движении тела со сверхзвуковой скоростью появляется новый вид сопротивления. Для простоты будем пренебрегать вязкостью воздуха и допустим, что возмущения, вызываемые движением тела, можно считать малыми. На некотором расстоянии от движущегося тела это второе допущение будет вообще выполняться. Рассмотрим тело и окружающий его воздух внутри некоторой цилиндрической контрольной поверхности как одну механическую систему. Тогда согласно сосредоточенности действия, характеризующего распространение давления от источника, движущегося со сверхзвуковой скоростью, полный поток количества движения воздушных масс, входящих и выходящих сквозь цилиндрическую поверхность, остается конечным даже в том случае, когда эта граница удаляется на произвольно большое расстояние. Фиг. 2 относится к случаю плоского симметричного профиля с острой передней кромкой, движущегося в неподвижном воздухе. Рассмотрим поток сквозь плоскость, параллельную плоскости симметрии и находящуюся на некотором расстоянии от тела. На чертеже показано распределение скоростей и горизонтальных составляющих количества движения сквозь эту плоскость для трех случаев.

Очевидно, что реакция выходящего потока, с горизонтальной составляющей противоположной направлению полета, и входящего потока, с горизонтальной составляющей в направлении полета, эквивалентна тянущей силе, действующей на тело. Обрато, выходящий поток с горизонтальной составляющей в направлении полета и входящий поток в направлении, противоположном



Фиг. 2. Движение плоского симметричного профиля: (а) скорость на контрольной поверхности; (б) горизонтальная составляющая количества движения, пронесимого сквозь контрольную поверхность; (с) давление на контрольной поверхности.

полету, являются причиной сопротивления. В двух дозвуковых случаях ($M \approx 0$ и $M = 0,707$) тяга и сопротивление уравновешиваются и горизонтальная составляющая суммы пронесимого количества движения равна нулю.

Увеличение числа Маха вызывает существенное возрастание скоростей возмущений и концентрации возмущений во внешней области, простирающейся от боковой поверхности тела. Возрастание сосредоточенности дей-

ствия иллюстрируется на чертеже распределением давления на контрольной поверхности. В сверхзвуковом случае ($M = 1,414$) возмущение заключено в двух полосах, ограниченных двумя линиями Маха. Эти линии представляют собой пересечения плоскостей, огибающих конусы Маха с вершинами, расположенными вдоль передней и задней кромок крыла. Составляющая потока, вытекающего из контрольной поверхности, совпадает с направлением полета, а втекающего потока — противоположна направлению полета. Следовательно, обе они вызывают сопротивление. Этот вид сопротивления называется «волновым сопротивлением».

Вычисление волнового сопротивления представляет собой первую важную задачу сверхзвуковой аэродинамики. Оказывается, что можно получить прекрасное приближение для действительного сопротивления тела, движущегося со сверхзвуковой скоростью, простым сложением вычисленного коэффициента волнового сопротивления и коэффициента сопротивления, соответствующего трению и отрыву, экстраполированного из дозвуковых данных.

4. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Теория волнового сопротивления требует решения следующей задачи: тело помещено в первоначально однородный и параллельный поток воздуха, движущийся со сверхзвуковой скоростью. Какие изменения потока вызовет присутствие тела?

Принципиально возможно точное решение этой задачи, однако это требует применения математических методов, связанных с большой работой. Поэтому имеют большое значение приближенные методы. Наиболее важное упрощение состоит в линеаризации уравнений движения. Для этого предполагается малость возмущений, или, более точно, малость скорости возмущения сравнительно со скоростью полета и скоростью звука. Такая теория дает хорошее приближение для сопротивлений тонких или плоских тел с заостренной головной частью или с острой передней кромкой. К счастью, большая часть будущих сверхзвуковых самолетов и

снарядов необходимо будет иметь именно эти геометрические формы.

В линейной теории вычисления могут быть проведены относительно простыми аналитическими средствами, так как линеаризированные уравнения потока в основном совпадают с уравнениями волнового движения малой амплитуды. Следовательно, многие хорошо известные методы теории волн могут быть применены в такой упрощенной сверхзвуковой аэродинамике; это особенно справедливо для случая тонких тел вращения (например, для фюзеляжа самолета, корпуса снаряда и для плоских тел, подобных крылу самолета). В этих случаях может быть сделано дальнейшее упрощение, которое касается граничных условий задачи, а именно, требования плавного обтекания. Это условие определяет, в случае осесимметричного потока, направление вектора скорости на поверхности, а в случае плоского тела — направление составляющей вектора скорости, лежащей в плоскости нормальной к средней поверхности тела. Линеаризованные дифференциальные уравнения при указанных граничных условиях можно решить точно, но, обычно, приходится применять численные и графические методы. Поэтому желательно дальнейшее упрощение задачи, которое достигается с помощью предельного перехода от точных граничных условий к условиям, относящимся к оси тела вращения или к плоскости плана крыла вместо действительной поверхности. Приводимые ниже результаты основаны на этом приближении. Строго говоря, только это приближение согласуется с допущениями линейной теории, потому что если удовлетворить граничным условиям на действительной поверхности, то, в рассмотрении, вообще, войдут члены высшего порядка, которые были отброшены в дифференциальных уравнениях.

Плоское течение. Этот случай соответствует крылу бесконечного размаха. Будем предполагать профиль крыла симметричным, — крыло, создающее подъемную силу, рассмотрено в дальнейшем.

В этом случае линейная теория приводит к простому результату. Сверхзвуковой поток со скоростью I произ-

водит на каждый элемент поверхности крыла давление, равное

$$\frac{2\delta}{\sqrt{M^2-1}} \frac{\rho U^2}{2}$$

где ρ — плотность воздуха, δ — местный угол атаки и M — число Маха потока (т. е. полета).

Замечательная простота этого результата вытекает из того обстоятельства, что давление, действующее на элемент поверхности, не зависит от формы остальной части профиля, а зависит только от наклона самого элемента. Известно, что в случае дозвукового движения имеется взаимодействие между всеми элементами поверхности.

В соответствии с этим простым результатом сопротивление единицы длины профиля в направлении размаха может быть выражено в виде

$$C_D \frac{\rho U^2}{2} c$$

т. е. произведения давления $1/2 \rho U^2$ хорды c и коэффициента сопротивления $C_D = 4\delta^2/\sqrt{M^2-1}$, где δ^2 — квадрат среднего угла наклона элементов поверхности сечения

Для ромбообразного сечения δ^2 равно квадрату отношения t/c толщины к длине хорды. Так, например, для профиля этой формы с величиной отношения t/c , равной 6%, и при числе Маха $M = \sqrt{2}$ коэффициент волнового сопротивления равен 0,0144, т. е. почти вдвое больше коэффициента профильного сопротивления хорошего дозвукового профиля при малых числах Маха.

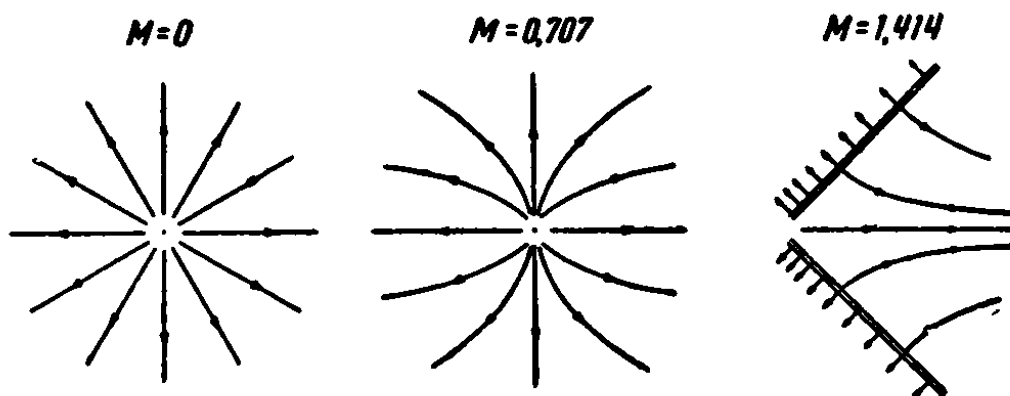
В случае плоского потока изменение давления ограничено двумя полосами, углы наклона которых к направлению потока равны углу Маха. В рассматриваемом приближении сжатие и расширение распространяются с неизменной интенсивностью вдоль линий Маха. Как было указано выше, изменение количества движения также ограничено этими полосами (фиг. 2с). Предыдущий результат, относящийся к сопротивлению, легко может быть подтвержден вычислением реакции воздуха, проходящего сквозь боковые поверхности.

Тело вращения. Один из наиболее известных способов построения потока несжимаемой жидкости вокруг тела вращения заключается в применении метода источников и стоков. Этот метод может быть использован в приближенной теории потока сжимаемой жидкости как в дозвуковом, так и в сверхзвуковом случаях.

Формула для потенциала скоростей потока, создаваемого в несжимаемой жидкости источником, расположенным на оси x в точке $x = \xi$, имеет вид

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{(x - \xi)^2 + r^2}} \quad (4.1)$$

Здесь x и r — цилиндрические координаты, Q — интенсивность источника, равная объему жидкости, выте-



Фиг. 3. Линии тока источника в сжимаемой жидкости.

кающей из источника в единицу времени. Эта формула может быть представлена в более общем виде

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{(x - \xi)^2 - (M^2 - 1)r^2}} \quad (4.2)$$

Функция φ , определяемая этой формулой, есть решение линеаризованного уравнения течения для произвольного числа Маха потока. Фиг. 3 изображает схематически источник, определяемый формулой (4.2) для трех случаев: $M = 0$, $M > 1$ и $M < 1$.

В соответствии с правилами запрещенных сигналов и зон действия и молчания в сверхзвуковом случае поток заключен внутри конуса Маха. Действительно, уравнение (4.2) дает вещественные значения для φ

только внутри конуса Маха. Скорость потока вдоль поверхности конуса равна бесконечности. По этой причине в сверхзвуковой теории не рассматриваются точечные источники и стоки, а применяются источники с интенсивностью, непрерывно распределенной вдоль линии. Таким образом, применение линейной теории ограничено телами с заостренными головной и хвостовой частями. Кроме того, если используются упрощенные граничные условия, то острые углы в меридианном сечении должны быть исключены.

При упрощенных граничных условиях линейная теория приводит к следующим результатам.

1. Интенсивность распределения источников вдоль оси тела определяется как объем жидкости, вытекающей из точки ξ в единицу времени на единицу длины, и дается формулой

$$f(\xi) = U \frac{dS}{dx} \quad (4.3)$$

где U — скорость невозмущенного потока, S — площадь поперечного сечения тела.

2. Потенциал распределения источников, представляющих тело, имеет вид

$$\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_0^l \frac{f(\xi) d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 - (M^2-1)r^2}} \quad (4.4)$$

Здесь x и ξ — координаты вдоль оси, а l — длина тела.

3. Волновое сопротивление тела дается формулой

$$D_w = -\frac{\rho}{4\pi} \int_0^l \int_0^l f'(x) f'(\xi) \log|x-\xi| dx d\xi \quad (4.5)$$

где ρ — плотность воздуха в невозмущенном потоке и обозначено $f'(x) = df/dx$.

Следует отметить замечательную аналогию между волновым сопротивлением тонкого тела вращения и индуктивным сопротивлением несущей линии. В самом деле, если функция $f(x)$ представляет распределение циркуляции несущей линии по ее длине, то индуктивное

сопротивление определяется известной формулой

$$D_i = -\frac{\rho}{4\pi} \int_0^l \int_0^l f'(x) f'(\xi) \log|x - \xi| dx d\xi \quad (4.6)$$

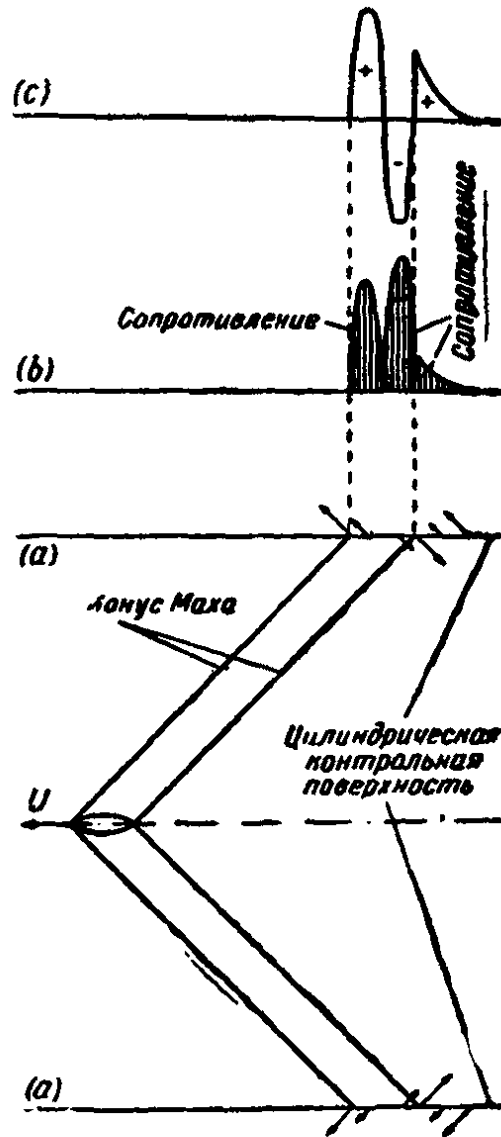
которая совпадает с формулой (4.5). Эта аналогия полезна для инженера, который хорошо знаком с теорией индуктивного сопротивления.

Распределение скоростей возмущения и распределение проносимого горизонтального количества движения, вызываемого тонким телом в сверхзвуковом потоке, показано на фиг. 4. Отметим, что в этом случае возмущения, создаваемые телом, распространяются внутри конуса Маха, выходящего из заднего конца тела.

Напомним, что в плоском случае эти возмущения ограничены двумя полосами.

Крыло произвольной формы в плане с тонким симметричным сечением. Для этой задачи теория может быть построена при помощи метода источников и стоков, непрерывно распределенных по средней плоскости крыла. Найдено, что в этом случае поверхностная плотность распределения источников пропорциональна углу наклона поверхности крыла, измеренному в вертикальной плоскости, совпадающей с направлением полета. Распределение давления по крылу и пол-

2 Т. Карман

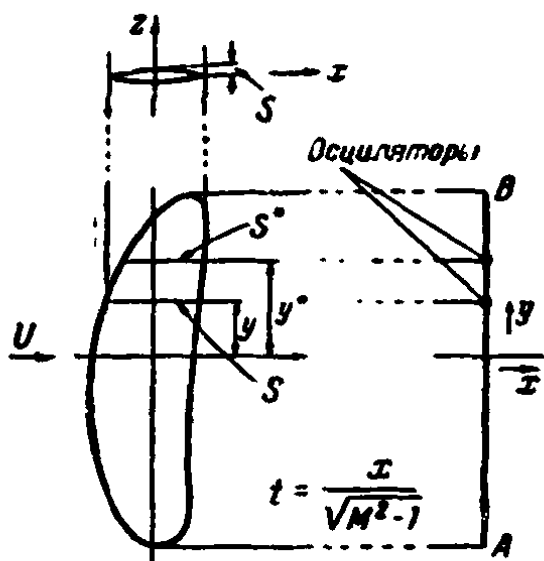


Фиг. 4. Тело вращения в сверхзвуковом потоке: (а) скорости на контрольной поверхности; (б) горизонтальная составляющая количества движения на контрольной поверхности; (с) распределение давления на контрольной поверхности

ную величину волнового сопротивления можно вычислить суммированием действий всех этих источников.

Р. Т. Джонс нашел удобные методы для выполнения этих суммирований, в частности, для стреловидных и конических крыльев; для этой цели он применил соответственным образом выбранные косоугольные координаты.

Другой многообещающий метод основан на применении интеграла Фурье. При этом крайне полезным оказывается способ, который может быть назван «акустической аналогией».



Фиг. 5. Акустическая аналогия; схематическое представление плоского тела с симметричными сечениями

Выше было указано, что математическая задача определения течения, возникающего при сверхзвуковом движении тонкого или плоского тела, в случае линеаризации совпадает с задачей о цилиндрических акустических волнах.

Действительно, если рассматривать длину

$$\frac{x}{V\sqrt{M^2-1}} = t$$

как координату времени, то исследование трехмерного потока, создаваемого тонким крылом, которое изображено на фиг. 5, может быть

приведено к рассмотрению во времени двумерного потока в плоскости yz , создаваемого соответствующим образом подобранными акустическими осцилляторами, расположенными вдоль линии AB , представляющей собой проекцию плана крыла на плоскость yz . Влияние произвольного сечения в этом случае моделируется импульсом, получаемым воздухом от осциллятора; закон изменения интенсивности импульсов во времени определяется формой сечения. Например, в случае цилиндрического крыла, расположенного перпендикулярно потоку, все осцилляторы должны одновременно производить одинако-

вые импульсы, тогда как при скольжении этого же крыла их действие должно сопровождаться сдвигом фаз.

Однако известно, что импульс может быть заменен бесконечным числом элементарных гармонических колебаний. Это приводит в линейной сверхзвуковой теории крыла к применению интеграла Фурье и к следующим основным результатам.

1. «Акустический импульс», т. е. вертикальная скорость, создаваемая осциллятором в плоскости yz в момент времени t , пропорционален вертикальной скорости в трехмерном потоке, создаваемой присутствием сечения κ , следовательно, с принятой степенью точности пропорциональна наклону поверхности сечения при соответствующем значении x . Таким образом, прежде всего нужно представить распределение угла наклона δ вдоль произвольного сечения интегралом Фурье. Это представление для δ имеет вид

$$\delta = a \int_0^{\infty} [f_1(\nu) \sin \nu t + f_2(\nu) \cos \nu t] d\nu \quad (4.7)$$

В этом уравнении a есть соответственным образом выбранный параметр длины, например, полухорда основного сечения. Параметр ν , представляющий собой переменную интегрирования, обратно пропорционален длине волны в трехразмерном потоке и пропорционален частоте осцилляторов в рассматриваемой акустической аналогии.

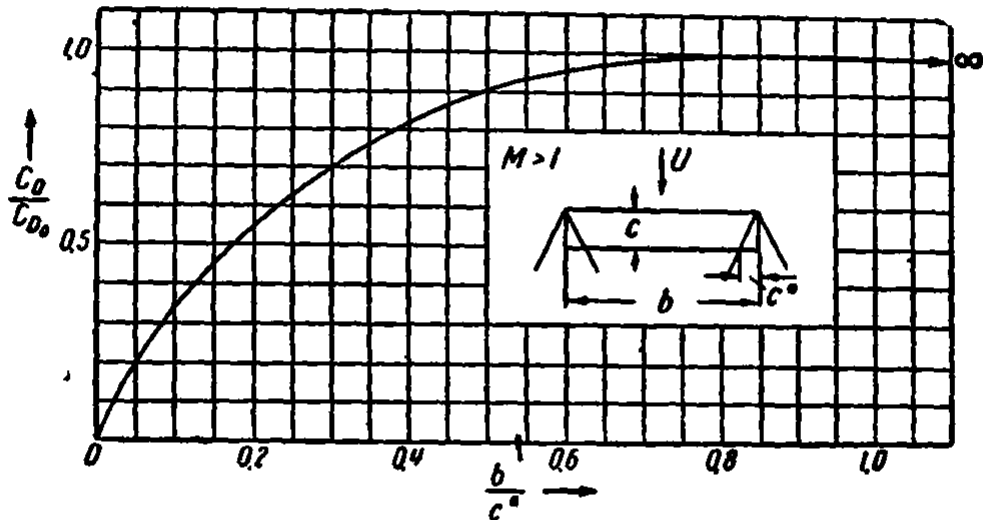
Функции $f_1(\nu)$ и $f_2(\nu)$ представляют амплитуды при синусе и косинусе в интеграле Фурье. За исключением бесконечного крыла постоянного сечения, нормального к потоку, функции f_1 и f_2 являются также функциями координаты y , отсчитываемой вдоль размаха; вне размаха $f_1 = 0$ и $f_2 = 0$.

2. Волновое сопротивление крыла моделируется в акустической аналогии энергией, уходящей в бесконечность, за полный период колебания.

Следовательно, нужно рассматривать бесконечное число осцилляторов, распределенных вдоль размаха, или,

более точно, вибрирующий отрезок в плоскости yz , и вычислять взаимодействие осцилляторов, или элементов этого отрезка.

Рассмотрим два сечения крыла S и S^* (фиг. 5) на расстоянии $|y - y^*|$ одно от другого вдоль размаха и заменим эти сечения осцилляторами. Амплитуды при синусах и косинусах как функции частоты соответственно будут $f_1(\nu)$, $f_2(\nu)$ и $f_1^*(\nu)$, $f_2^*(\nu)$. Тогда можно



Ф и г. 6. Коэффициент волнового сопротивления прямоугольного крыла, нормального к потоку, как функция удлинения

показать, что энергия, уходящая в бесконечность от этих двух сечений, будет пропорциональна величине

$$\int_0^{\infty} (f_1 f_1^* + f_2 f_2^*) \nu J_0(\nu |y - y^*|) d\nu$$

Здесь ν есть параметр частоты и J_0 означает функцию Бесселя нулевого порядка.

Этот весьма простой результат дает прямой путь для вычисления волнового сопротивления крыльев различной формы в плане.

Формула для полного волнового сопротивления может быть представлена в виде

$$D = \pi \rho U^2 a^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dy dy^* \int_0^{\infty} (f_1 f_1^* + f_2 f_2^*) \nu J_0(\nu |y - y^*|) d\nu \quad (4.8)$$

5. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Волновое сопротивление прямоугольного крыла постоянного профиля, нормального к потоку. Результаты для крыла бесконечного размаха были приведены в предыдущем разделе. Согласно правилу запрещенных сигналов очевидно, что влияние концов крыла конечного размаха ограничено внутренностью конусов Маха, выходящих из точек боковых кромок.

Из теории следует, что коэффициент сопротивления C_D может быть представлен в виде

$$C_D = C_{D_0} \varphi(\lambda \sqrt{M^2 - 1})$$

Здесь C_{D_0} есть коэффициент волнового сопротивления крыла бесконечного размаха того же сечения, а λ — удлинение.

Параметр $\lambda \sqrt{M^2 - 1}$ можно рассматривать как фиктивное удлинение. Он равен отношению размаха к длине c^* , указанной на фиг. 6 и равной части задней кромки, отсекаемой конусом Маха, выходящим из конца передней кромки. Функция $\varphi = 1$, когда $\lambda \sqrt{M^2 - 1} \geq 1$, и убывает вместе с удлинением, когда $\lambda \sqrt{M^2 - 1} < 1$.

Таким образом, удлинение влияет на средний коэффициент сопротивления только в том случае, если вся задняя кромка будет находиться целиком внутри конусов Маха, выходящих из обоих концов передней кромки.

На фиг. 6 представлена функция φ для частного случая крыла ромбообразного сечения. Распределение коэффициента волнового сопротивления C_d сечения приведено на фиг. 7 для $\lambda \sqrt{M^2 - 1} = 2$.

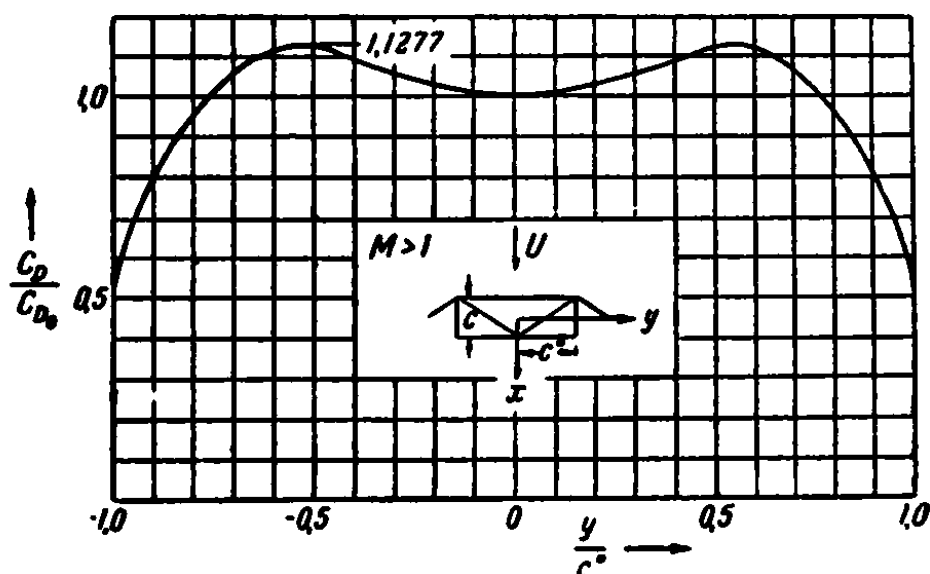
Коэффициент волнового сопротивления сечения C_d связан с C_D зависимостью

$$C_D = \frac{1}{b} \int_0^b C_d dy$$

где b — размах, а y измеряется вдоль размаха.

Коэффициент волнового сопротивления каждого из концевых сечений C_d равен половине коэффициента

волнового сопротивления крыла бесконечного размаха. Для прямоугольного крыла с удлинением, равным 2, эта фигура соответствует $M = \sqrt{2}$. Для крыла с удлинением, равным 8, она соответствует $M = \sqrt{1,0625}$. Для $\lambda \sqrt{M^2 - 1} > 2$ распределение сопротивления по сечениям, расстояние которых от концов меньше или равно c^* , приведено на диаграмме, представленной на фиг. 7; для сечений, лежащих вне отрезков c^* , отношение $C_D / C_{D_0} = 1$.



Фиг. 7. Распределение по размаху коэффициентов волнового сопротивления сечений прямоугольного крыла, нормального к потоку

$$\left(\lambda / \sqrt{M^2 - 1} = 2\right)$$

Таким образом, эта простая диаграмма дает возможность находить распределение сопротивления для крыльев любого удлинения и любого числа Маха большего единицы.

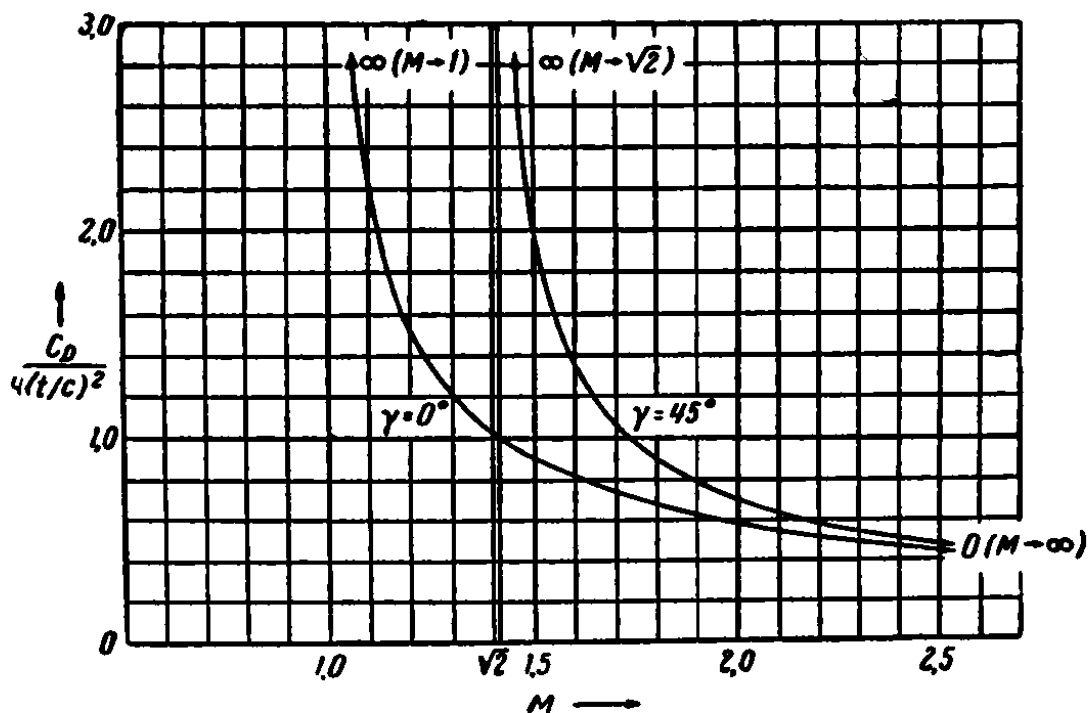
Бесконечное крыло постоянного сечения со скольжением. Давление, действующее на бесконечное крыло постоянного сечения со скольжением, зависит только от составляющей основного потока, нормальной к оси крыла. Это становится очевидным, если принять во внимание, что в невязкой жидкости составляющая скорости, параллельная кромкам крыла, не меняется от присутствия крыла и, следовательно, не имеет влияния на давление и сопротивление.

Отсюда заключаем, что волновое сопротивление крыла бесконечного размаха постоянного сечения равно нулю, если угол скольжения достигает такой величины, что составляющая скорости, нормальная к кромке крыла, будет дозвуковой.

Это имеет место, когда $\text{tg } \gamma > \sqrt{M^2 - 1}$, где γ есть угол скольжения. Отношение

$$\beta = \frac{\text{tg } \gamma}{\sqrt{M^2 - 1}}$$

является одним из основных параметров сверхзвуковой



Фиг. 8. Коэффициенты волнового сопротивления двух крыльев бесконечного размаха при углах скольжения $\gamma=0$ и $\gamma=45^\circ$

аэродинамики; он может быть назван эффективным параметром скольжения (параметром стреловидности).

Когда $\beta > 1$, скорость, нормальная к крылу, будет дозвуковой, когда $\beta < 1$, она будет сверхзвуковой.

Из элементарных рассмотрений следует, что при $\beta < 1$ коэффициент сопротивления бесконечного крыла со скольжением дается формулой

$$C = C_{D_0} \cos \gamma \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\sqrt{M^2 \cos^2 \gamma - 1}} = \frac{C_{D_0}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (5.1)$$

Здесь C_D есть коэффициент волнового сопротивления крыла, нормально расположенного к потоку, с тем же профилем и той же хордой, измеренной как обычно в направлении потока.

Для $\beta > 1$ коэффициент волнового сопротивления $C_D = 0$. На фиг. 8 представлен коэффициент сопротивления для двух крыльев бесконечного размаха: одного без скольжения ($\gamma = 0$) и другого с углом скольжения $\gamma = 45^\circ$. Кривые показывают, что во втором случае возникновение волнового сопротивления вместо $M = 1$ начинается лишь при $M = \sqrt{2} = 1,414$. Однако, как это видно по фиг. 8, для $M > \sqrt{2}$ сопротивление крыла со скольжением всегда больше, чем сопротивление крыла, нормально расположенного к потоку.

Полубесконечное крыло со скольжением и крыло конечного размаха. Формула для волнового сопротивления полубесконечного крыла постоянного ромбообразного профиля со скольжением в случае, когда $\operatorname{tg} \gamma > \sqrt{M^2 - 1}$ имеет вид

$$D = \rho U^2 c^2 \left(\frac{t}{c}\right)^2 \frac{2 \log 2}{\pi} \frac{\sin \gamma \cos^2 \gamma}{(1 - M^2 \cos^2 \gamma)^{3/2}} \quad (5.2)$$

Здесь γ — угол скольжения, c — хорда, измеренная в направлении полета, и t — толщина сечения.

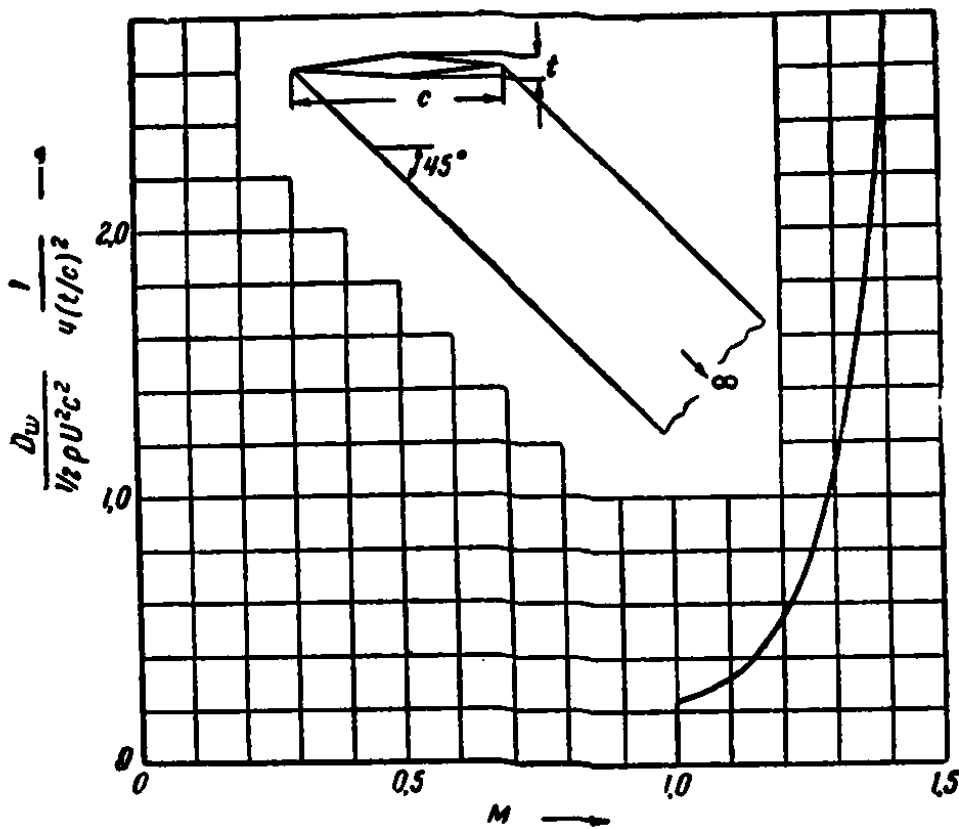
Из этой формулы следует, что крыло имеет конечное волновое сопротивление, хотя размах его бесконечен. Коэффициент сопротивления, отнесенный к площади, равной c^2 , представлен на фиг. 9 как функция числа Маха при $\gamma = 45^\circ$. Очевидно, что при $M > \sqrt{2}$ сопротивление равно бесконечности.

Для крыла конечного размаха со скольжением коэффициент сопротивления будет функцией двух параметров $\lambda \sqrt{M^2 - 1}$ и β . Например, для ромбообразного сечения коэффициент сопротивления

$$C_D = \frac{4(t/c)^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \varphi(\lambda \sqrt{M^2 - 1}, \beta)$$

Параметр $\lambda \sqrt{M^2 - 1}$ есть отношение размаха к длине $c^* = c \operatorname{tg} \alpha$, где α — угол Маха. Геометрическое значение c^* аналогично указанному ранее, а именно c^* равно отрезку задней кромки, отсекаемой конусом Маха, выходящим из конца передней кромки.

Поведение коэффициента сопротивления различно для $\beta > 1$ и $\beta < 1$, т. е. в зависимости от того, будет ли составляющая скорости, нормальная к оси крыла, дозвуковой или сверхзвуковой.

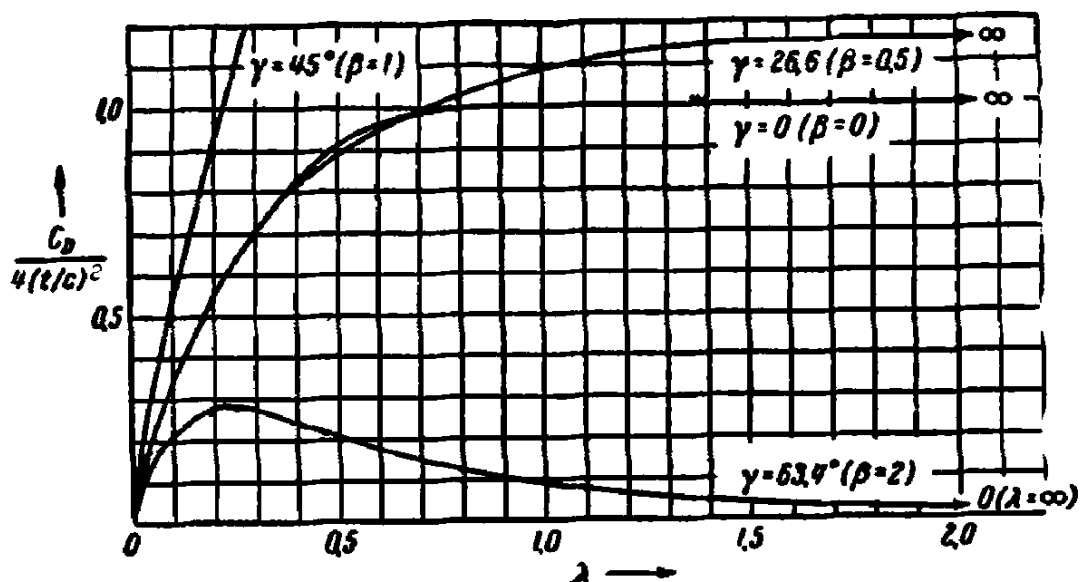


Фиг. 9. Коэффициент сопротивления полубесконечного крыла со скольжением, отнесенный к площади, равной квадрату хорды

На фиг. 10 приведено сравнение коэффициентов сопротивления трех крыльев для различных углов скольжения с коэффициентом сопротивления обычного крыла. При этом сравнении число Маха выбрано равным $M = \sqrt{2}$; углы скольжения соответственно равны $26,6^\circ$, 45° и $63,4^\circ$. Если угол скольжения равен 45° , то составляющая скорости, нормальная к оси крыла, равна скорости звука. Коэффициенты сопротивления даны в зависимости от

удлинения. Из чертежа видно, что поведение кривой сопротивления при угле скольжения $26,6^\circ$ ($\beta = 1/2$) аналогично кривой сопротивления обычного крыла, за исключением большего асимптотического значения при $\lambda = \infty$ и увеличения влияния концов крыла.

При данном числе Маха крыло с углом скольжения 45° ($\beta = 1$), разумеется, не пригодно для сравнения, так как коэффициент сопротивления неограниченно возрастает с увеличением λ для $\gamma = 45^\circ$. Наоборот, крыло с углом скольжения $63,4^\circ$ ($\beta = 2$) весьма пригодно для сравнения с обычным крылом. Из сравнения

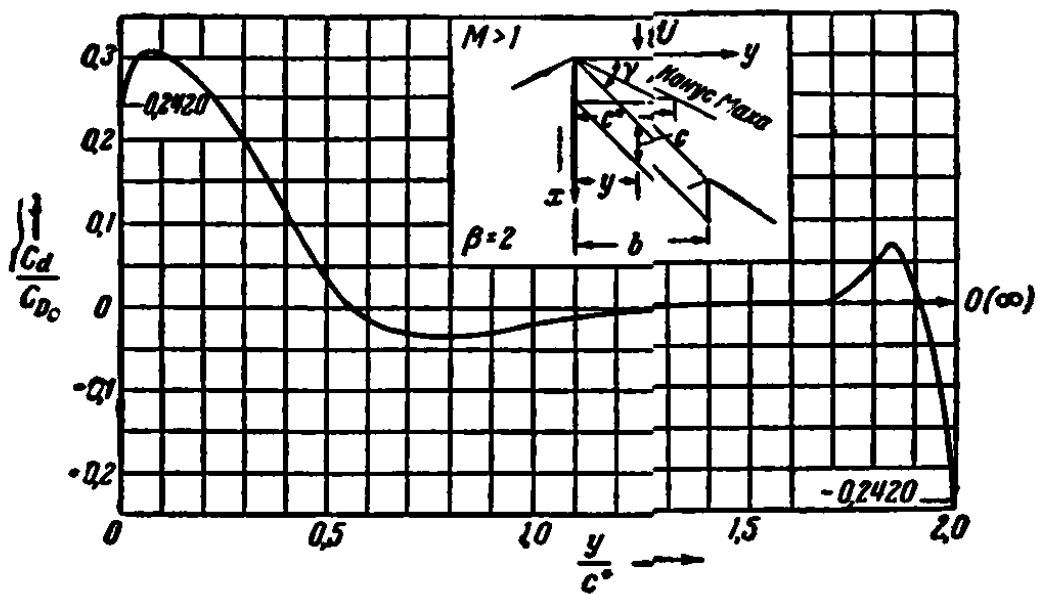


Фиг. 10. Коэффициент волнового сопротивления как функция удлинения для четырех крыльев с различными углами скольжения ($M = 1,414$)

кривых видно, например, что при $\lambda = 1$ отношение $C_D/C_{D_0} = 0,092$, т. е. сопротивление крыла со скольжением составляет только 9% сопротивления обычного крыла того же удлинения.

Отметим, что теоретический коэффициент волнового сопротивления обычного крыла с ромбообразным сечением при рассматриваемом числе Маха равен 0,0144; коэффициент волнового сопротивления того же крыла с углом скольжения $63,4^\circ$ будет только 0,00132. Для углов скольжения $26,6^\circ$ и 45° отношение C_D/C_{D_0} будет 1,15 и 2,38 соответственно; следовательно, коэффициенты сопротивления будут равны 0,0165 и 0,0343.

Фиг. 11 наглядно показывает изменение сопротивления в случае дозвуковой нормальной составляющей скорости. Кривая представляет распределение коэффициентов сопротивления сечений, отнесенных к коэффициенту сопротивления крыла бесконечного размаха без скольжения для того же значения числа Маха. По оси абсцисс отложено отношение y/c^* . Вычисления были произведены для $\lambda \sqrt{M^2 - 1} = v/c^* = 2$ и $\beta = 2$. Кривая отчетливо показывает влияние как передней, так и



Фиг. 11. Распределение коэффициента волнового сопротивления сечения по размаху для крыла со скольжением

задней боковых кромок крыла со скольжением. Влияние передней боковой кромки значительно на участке размаха, несколько большем c^* . Величина сопротивления, вызываемого передней боковой кромкой крыла со скольжением, почти равна сопротивлению полубесконечного крыла с тем же углом скольжения. Влияние задней боковой кромки крыла со скольжением проявляется на относительно небольшой части размаха, равной $c^*/(1 + \beta)$. Суммарное влияние задней боковой кромки крыла со скольжением равно нулю.

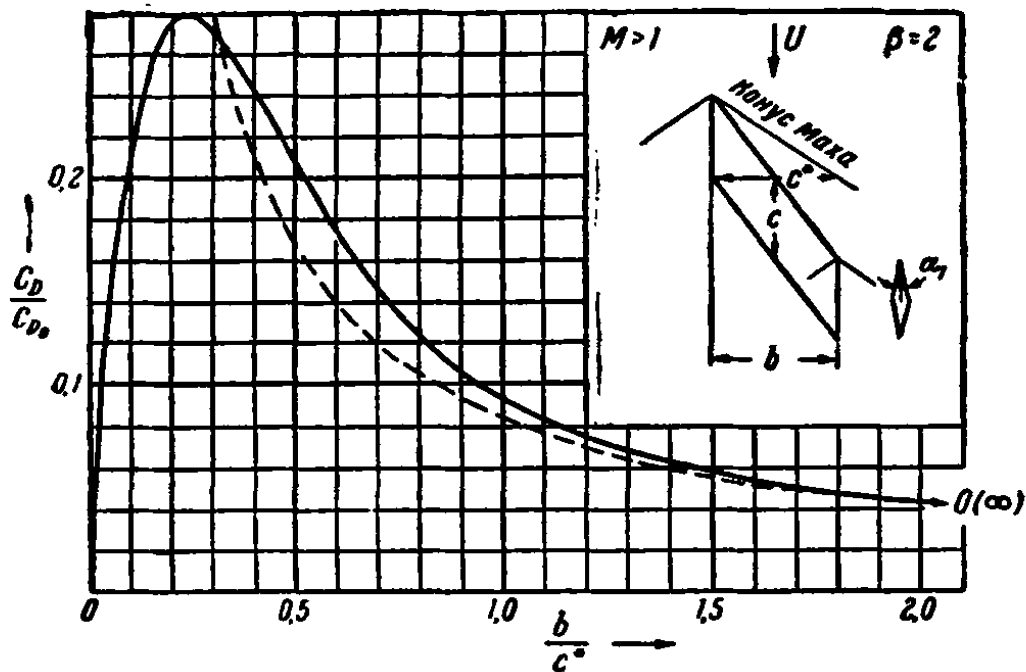
Эти рассуждения приводят к сравнительно легкому способу вычисления с хорошим приближением сопротивле-

ния крыла произвольного удлинения со скольжением при условии $\lambda\sqrt{M^2-1} > 1$.

Так как в этом случае полное сопротивление почти то же, что и для полубесконечного крыла со скольжением, то из формулы (5.2) получим

$$C_D = 4 \left(\frac{t}{c} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{M^2-1}} \frac{\log 2}{\pi} \frac{\beta}{(\beta^2-1)^{3/2} \lambda} \quad (5.2a)$$

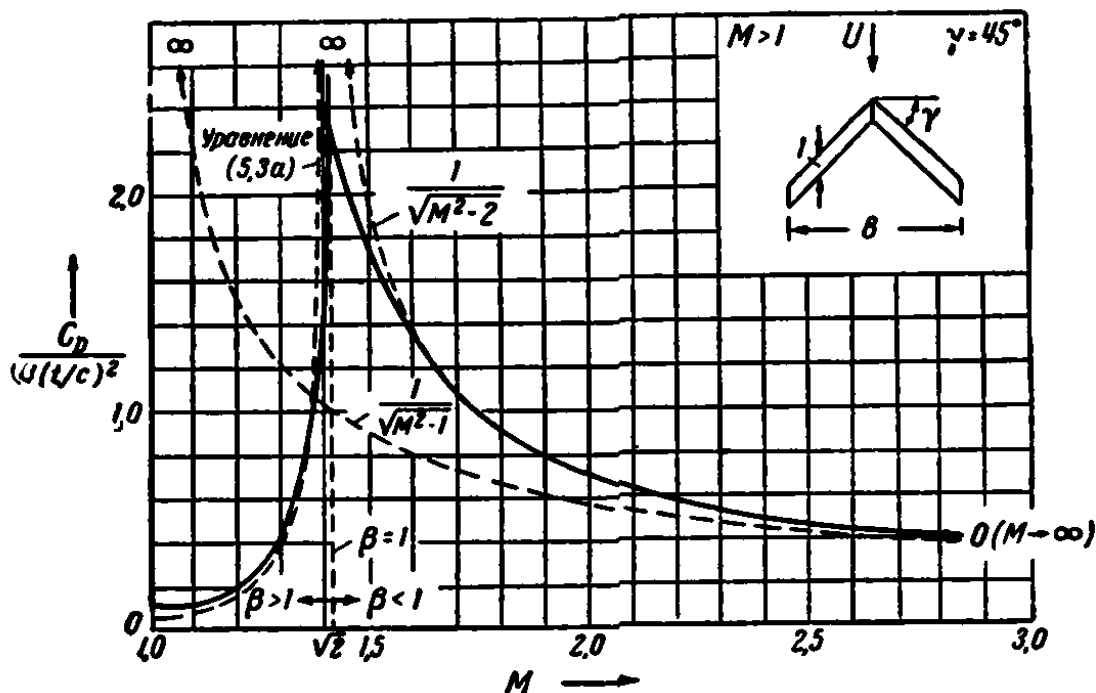
Это приближенное значение показано на фиг. 12 пунктирной линией для параметра скольжения $\beta = 2$.



Фиг. 12. Коэффициент волнового сопротивления как функция удлинения для крыла со скольжением ($\beta=2$); пунктирная линия соответствует приближению по формуле (5.2a)

Сплошная линия дает точное значение C_D / C_{D_0} для того же случая. Приближенная формула (5.2a) достаточно удовлетворительна почти до значений $\lambda\sqrt{M^2-1} \approx 0,3$. При уменьшении удлинения λ отношение C_D / C_{D_0} достигает максимума и затем убывает до нуля. Очевидно, в ближайшей окрестности точки $\lambda\sqrt{M^2-1} = 0$ это отношение становится независимым от β , т. е. крылья с разными удлинениями ведут себя одинаково.

Интересным представляется следующее соображение: пусть два одинаковых крыла с одинаковым углом скольжения и достаточно большим удлинением расположены вдоль общей оси; тогда, если крылья находятся на достаточно большом расстоянии одно от другого, то они будут иметь независимые равные сопротивления; если



Ф и г. 13. Коэффициент волнового сопротивления стреловидного крыла с большим удлинением ($\lambda=8$) как функция числа Маха

крылья начать сближать, то будет происходить интерференция, которая уменьшает сопротивление заднего крыла; когда кромки крыльев сомкнутся, то сопротивление заднего крыла полностью исчезнет. В некотором смысле аналогичная интерференция хорошо известна в теории индуктивного сопротивления в дозвуковом потоке.

Стреловидные крылья. Формула для волнового сопротивления бесконечного стреловидного крыла в случае, когда $\text{tg } \gamma > \sqrt{M^2 - 1}$, имеет вид

$$= \rho U^2 c^3 \left(\frac{t}{c} \right)^2 \frac{2 \log 2}{\pi} \frac{(1 + 2 \sin^2 \gamma - M^2 \cos^2 \gamma) \cos^2 \gamma}{\sin \gamma (1 - M^2 \cos^2 \gamma)^{3/2}} \quad (5.3)$$

На фиг. 13 величина $C_D / 4(t/c)^2$ представлена как функция числа Маха для стреловидного крыла с углом стреловидности $\gamma = 45^\circ$ и удлинением, равным $\lambda = 8$.

Из чертежа видно, что коэффициент сопротивления имеет конечный пик для $M = \sqrt{2}$, т. е. для числа Маха, соответствующего $\beta = 1$.

Для $\beta < 1$, т. е. когда стреловидность недостаточно велика, чтобы создать дозвуковой поток, нормальный к оси крыла, имеет место следующее: для $M > 1,61$ коэффициент сопротивления стреловидного крыла будет равен коэффициенту сопротивления стреловидного полукрыла с тем же размахом и стреловидностью. В этом случае

$$C_D = 4 \left(\frac{t}{c} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{M^2 - 2}}$$

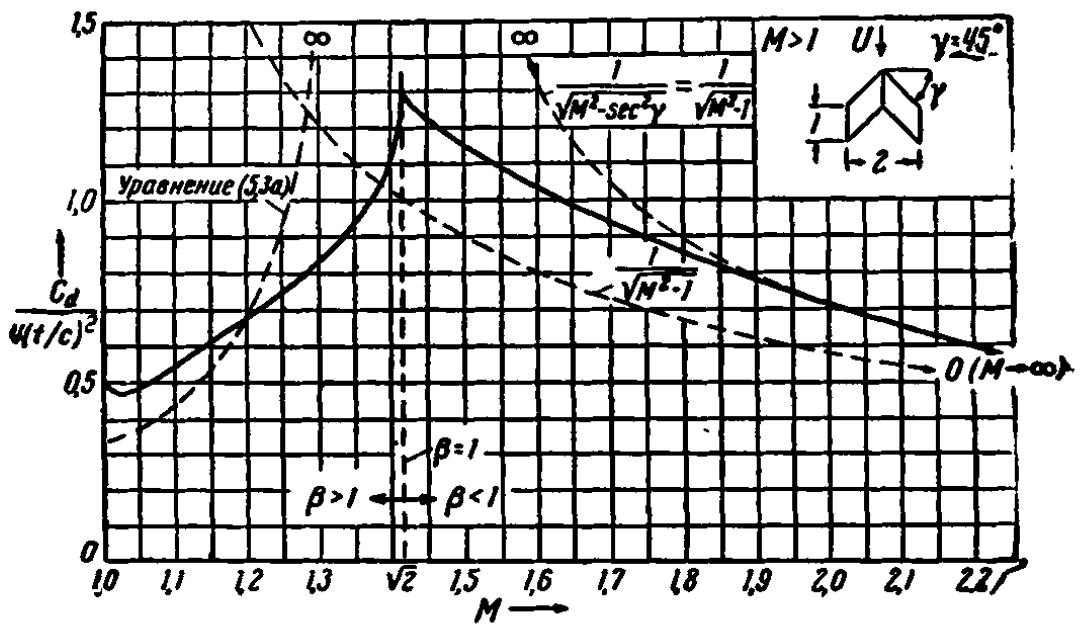
[ср. с формулой (5.1)]. Между $M = 1,5$ и $M = 1,61$ эта формула дает удовлетворительное приближение. Между числами Маха $M = 1,41$ и $M = 1,5$ эта формула ведет к преувеличенным значениям, стремящимся к бесконечности при $M = \sqrt{2}$.

При $\beta > 1$, т. е. при $M < \sqrt{2}$, для сопротивления можно получить прекрасное приближение (за исключением непосредственных окрестностей точек $M = 1$ и $M = \sqrt{2}$), если разделить сопротивление, вычисленное по формуле (5.3) для бесконечного стреловидного крыла, на площадь рассматриваемого крыла. Это приводит для $\gamma = 45^\circ$ к приближенной формуле

$$C_D = 4 \left(\frac{t}{c} \right)^2 \frac{(4 - M^2) \log 2}{\pi \lambda (2 - M^2)^{3/2}} \quad (5.3a)$$

Значения, соответствующие формуле (5.3a), представлены на фиг. 13 пунктирной линией. Для сравнения приведены также значения величины $C_D / 4(t/c)^2$ для обычного крыла бесконечного размаха. Минимальная величина сопротивления соответствует примерно числу Маха $M = 1,08$. Для относительной толщины в 6% будет $C_{D_{\min}} = 0,00082$, т. е. эта величина крайне мала, так что практически такие крылья обладают пренебрежимо малым сопротивлением.

На фиг. 14 приведены соответствующие результаты для $\lambda = 2$. Коэффициент сопротивления при больших числах Маха, именно при $M > 2,236$, опять равен, как и выше, коэффициенту сопротивления стреловидного полукрыла того же размаха и с той же стреловидностью. Пик при $M = \sqrt{2}$ ($\beta = 1$) значительно меньше, чем для



Фиг. 14. Коэффициент волнового сопротивления стреловидного крыла с малым удлинением ($\lambda=2$) как функция числа Маха

$\lambda = 8$. Однако значение минимума, которое имеет место почти при том же числе Маха, как и в случае $\lambda = 8$, будет значительно больше. Это значение минимума будет примерно

$$C_D = 0,47 \left(2 \frac{t}{c} \right)^2$$

и, например, для относительной толщины в 6% имеем

$$C_{D \min} = 0,00678.$$

Можно быть уверенным, что при сравнении с обычным крылом уменьшение C_{\min} будет еще больше.

Интересно заметить, что величина сопротивления стреловидного крыла остается неизменной, если изменить направление полета на обратное, тогда как распре-

деление сопротивления по размаху будет различным. Например, в случае обычных стреловидных крыльев с достаточно большим удлинением полное сопротивление приходится на средние сечения, тогда как для тех же крыльев в перевернутом положении значительная часть сопротивления действует на концы.

Инвариантность волнового сопротивления при обращении направления полета есть следствие общего результата линейной волновой теории сопротивления. Волновое сопротивление не зависит от направления полета во всех случаях, при которых распределение источников, представляющих поток, сохраняется. Так как в пределах приближения линейной теории распределение источников обращается, но не меняется при изменении направления полета на обратное, то теорема о независимости сопротивления от направления потока применима к телам произвольной формы: тело может быть плоским, как например, крыло самолета, или оно может быть телом вращения. Однако необходимо иметь в виду, что это будет справедливо только в пределах применимости линейной теории с приближенными граничными условиями.

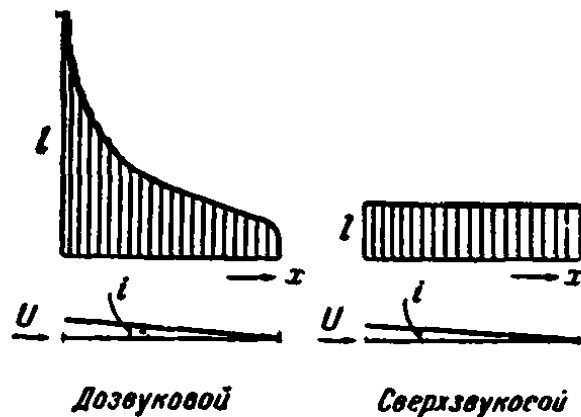
6. МЕХАНИЗМ ПОДЪЕМНОЙ СИЛЫ

Теория подъемной силы крыла, движущегося с дозвуковыми скоростями, основана на понятии циркуляции. Возникновение циркуляции может быть описано следующим образом. Рассмотрим крыло, находящееся первоначально в покое и получающее внезапно поступательную скорость. Уравнения движения в этом случае допускают решение, представляющее поток без циркуляции и, следовательно, без подъемной силы. Однако этот поток имеет бесконечную скорость в острой задней кромке крылового сечения. Так как всегда существует некоторая вязкость, то поток отрывается от профиля с последующим образованием вихря, называемого начальным вихрем. Реакция начального вихря вызывает циркуляцию вокруг профиля. Конечная величина циркуляции определяется условием плавного схода потока с задней

кромки, называемого условием Жуковского. Это условие плавности потока равносильно положению, что подъемная сила на единицу площади на задней кромке равна нулю, т. е. давления на заднюю кромку со стороны верхней и нижней поверхности должны быть равны.

Легко видеть, что этот процесс вообще невозможен в случае сверхзвукового движения. Рассмотрим, например, случай плоского потока, т. е. крыло бесконечного размаха, нормальное к направлению потока. Очевидно, что согласно правилу запрещенных сигналов никакие процессы около задней

кромки не могут иметь влияния вверх по потоку. Следовательно, плотность подъемной силы на задней кромке может иметь конечное значение. Это следует также из правила Аккерета, что давление, производимое на каждый элемент поверхности, зависит только от местного угла атаки. Таким образом, например, в случае плоской пластинки с углом атаки i на нижнюю поверхность действует равномерное давление величиной



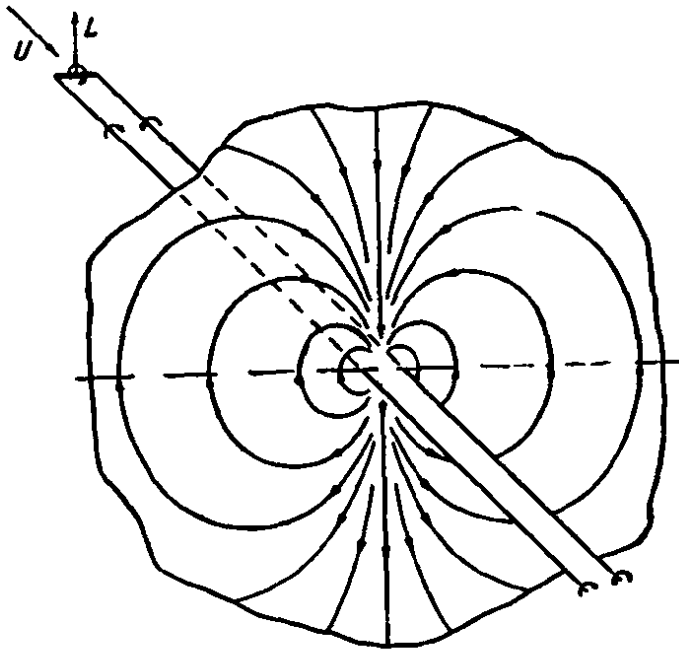
Фиг. 15. Распределение подъемной силы по хорде для плоской пластинки

На верхнюю поверхность действует равномерный подсос той же величины (фиг. 15). Это ведет к разрыву давления на задней кромке; влияние этого разрыва распространяется только вниз по потоку. Поэтому поток, который мог бы выравнять давление на задней кромке, не может возникнуть.

Очевидно, что распределение подъемной силы около передней кромки также различно в обоих случаях. В дозвуковом случае теория дает бесконечную плотность подъемной силы для пластинки с математически острой передней кромкой. Это вытекает из того обстоятельства,

что воздух обтекает переднюю кромку с бесконечной скоростью.

Естественно, возникают возражения, что теория допускает бесконечную скорость на передней кромке и запрещает ее на задней кромке. Но дело в том, что хотя поток отрывается на передней острой кромке, вслед за



Ф и г. 16. Подковообразный вихрь в дозвуковом потоке.

этим он будет снова прижат к верхней поверхности, если угол атаки меньше критического. В случае соответствующим образом закругленной передней кромки поток будет следовать непрерывно по поверхности.

Поток на передней кромке создает отрицательное давление, которое в приближенной теории плоской пластинки или бесконечно тонкого крыла учиты-

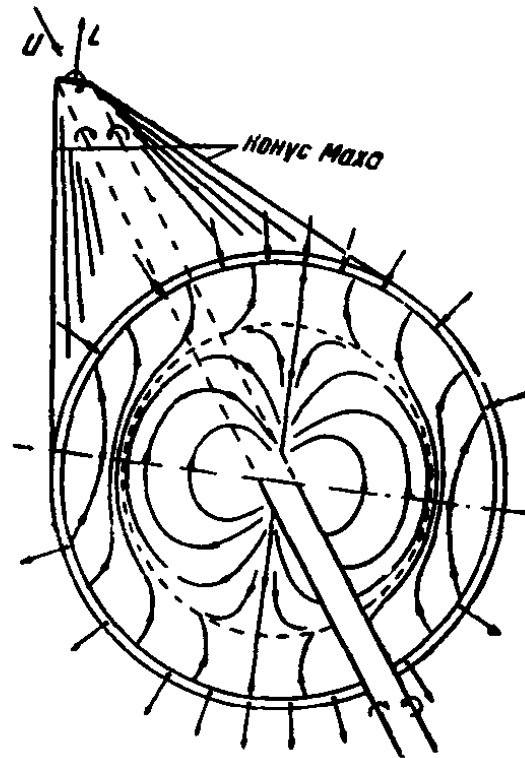
вается допущением сосредоточенной силы в носике. Эта сила уравнивает горизонтальную составляющую равнодействующей сил давления на пластинку и приводит сопротивление плоского крыла в идеальной жидкости к нулю, как этого требует теорема Даламбера.

В сверхзвуковом случае, точнее в потоке, имеющем сверхзвуковую составляющую, нормальную к передней кромке, течение вышеуказанного характера около передней кромки не возникает; разность между давлениями на верхнюю и нижнюю поверхности остается конечной, и выгоды от подсасывающей силы на передней кромке не получается. Равнодействующая сил давления в сверхзвуковом случае будет перпендикулярна к пластинке, и ее горизонтальная составляющая представляет собой действительное сопротивление.

Теория подъемной силы крыла конечного размаха, движущегося с дозвуковой скоростью, использует частные решения линеаризованных уравнений потока; эти решения представляют элементарные подковообразные вихри. Подковообразный вихрь состоит из так называемого присоединенного вихря и двух свободных вихрей. Последние создают индуктивные скорости (фиг. 16). Известно, что кинетическая энергия двух свободных вихрей, которая остается в воздухе позади движущегося крыла, представляет собой работу, затраченную на преодоление индуктивного сопротивления, т. е. работу, необходимую для создания подъемной силы.

В сверхзвуковом случае поток можно построить при помощи аналогичных частных решений волнового уравнения. Каждое такое решение представляет сосредоточенную подъемную силу. Картина элементарного потока в этом случае ограничена поверхностью и внутренностью конуса Маха, вершина которого лежит в точке приложения подъемной силы (фиг. 17). На этой фигуре изображены также линии, указывающие направление потока в плоскости, перпендикулярной основному течению. Из чертежа видно, что на большом расстоянии позади крыла поток в окрестности оси тождествен с потоком, создаваемым дозвуковым подковообразным вихрем. Из этого рассмотрения можно заключить, что индуктивное сопротивление существует также и в сверхзвуковом случае.

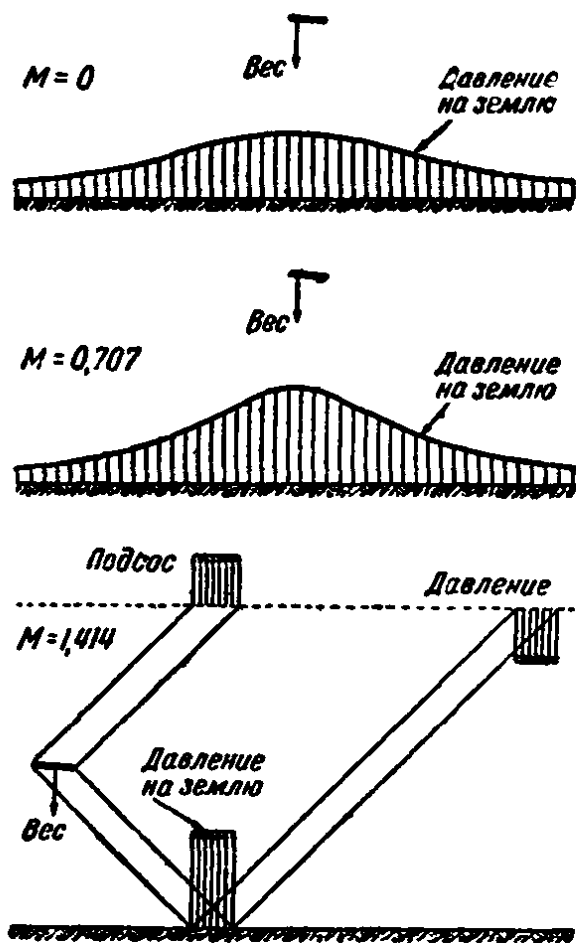
Так как в сверхзвуковом потоке волновое сопротивление вызывается тоже индуктивными скоростями, то для



Фиг. 17. Подковообразный вихрь в сверхзвуковом потоке.

индуктивного сопротивления является более подходящим выражение «индуктивное вихревое сопротивление».

Можно установить, что зависимость между индуктивным вихревым сопротивлением и подъемной силой будет одна и та же в дозвуковом и сверхзвуковом потоках по крайней мере в пределах приближения линейной теории.



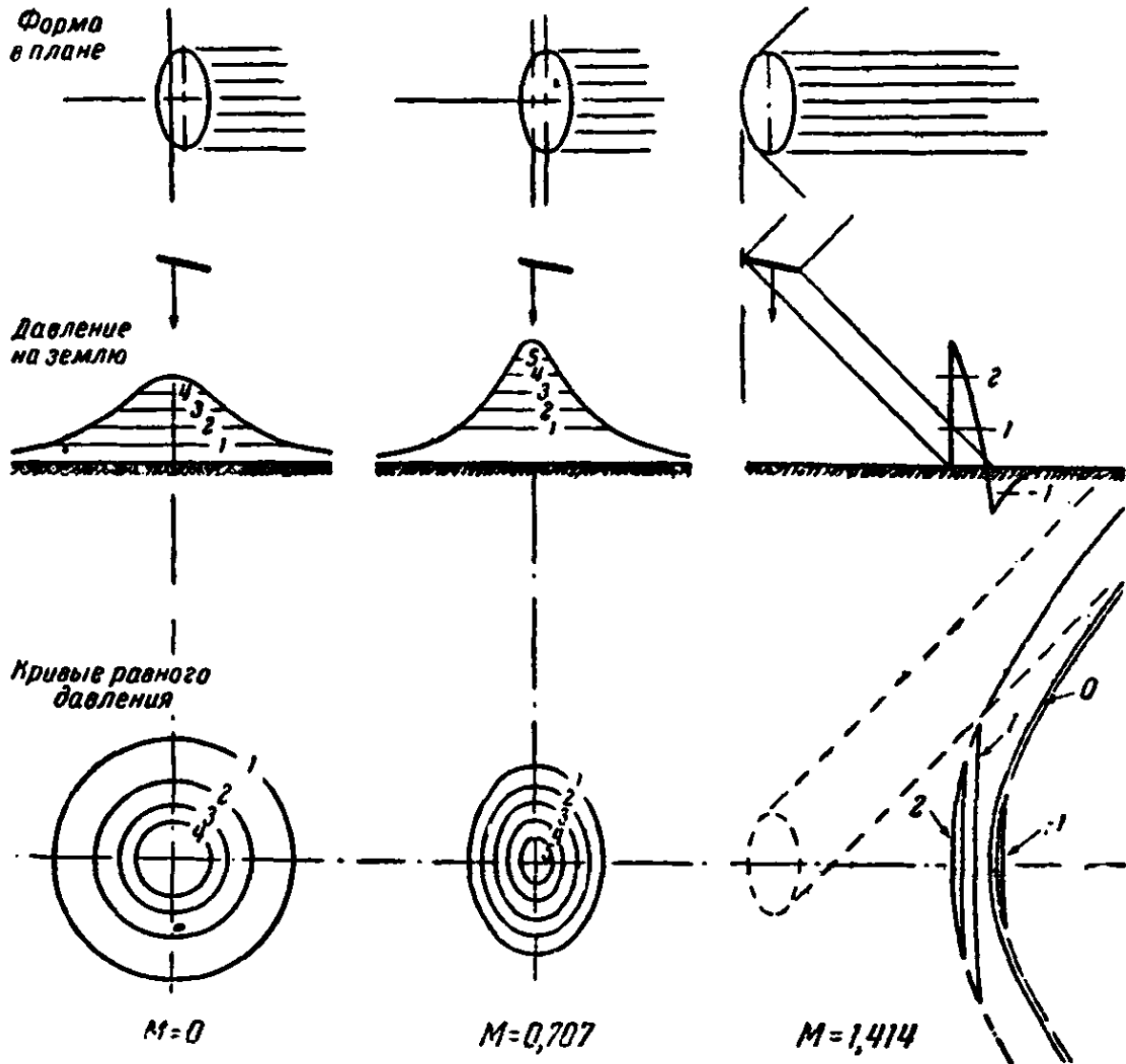
Фиг. 18. Распределение давления на поверхность земли, создаваемое крылом бесконечного размаха.

на землю крылом при движении с дозвуковой и сверхзвуковой скоростями (фиг. 18). Для простоты рассмотрим сначала крыло бесконечного размаха. В случае $M \rightarrow 0$, т. е. при скорости, малой в сравнении со скоростью звука, вес крыла самолета, летящего над землей, передается на землю давлением, распределенным по большой площади. Центр давления лежит на одной вертикали с центром тяжести самолета, так что вес самолета и равнове-

Однако в сверхзвуковом случае возникновение подъемной силы, кроме индуктивного сопротивления, влечет возникновение волнового сопротивления некоторой определенной величины, соответствующего энергии, уходящей в бесконечность вдоль конуса Маха. Это сопротивление будет пропорционально квадрату возникшей подъемной силы, т. е. оно подчиняется тому же закону, как и индуктивное сопротивление. Сопротивление, действующее на плоскую пластинку, которое было рассмотрено выше, есть, очевидно, простой пример волнового сопротивления, вызываемого подъемной силой.

Интересно сравнить давления, производимые

ствующая реакции давления на грунт уравниваются. При возрастании числа Маха площадь, по которой распределяется большая часть давления, становится все туже и туже.



Фиг. 19. Распределение давления на поверхность земли, создаваемое крылом конечного размаха.

В сверхзвуковом случае действие давления под крылом ограничено полосой, наклоненной под углом Маха к горизонту и пересекающей поверхность земли на некотором расстоянии позади крыла. Если крыло находится на большой высоте, это расстояние будет, очевидно, весьма велико. Очевидно, что в этом случае равновесие сил устанавливается действиями дополнительных давле-

ний, показанных на фиг. 18. Действительно, если вес самолета на единицу размаха обозначить через W , то равнодействующая реакции давления, действующего на землю, будет также равна W и вместе с весом образует пару. Рассмотрим теперь горизонтальную контрольную плоскость над самолетом. Ясно, что сила полного отрицательного давления, равная $1/2 W$, действующая в пересечении горизонтальной контрольной плоскости и волновой полосы, отходящей от крыла вверх, будет равна силе положительного давления, действующего в пересечении контрольной плоскости и волновой полосы, отраженной от земли. Легко видеть, что плечи пар относятся как 1 к 2, так что вся система находится в равновесии.

Аналогичное рассмотрение легко может быть проведено и в случае крыла конечного размаха (фиг. 19).

7. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ НЕСУЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Плоский случай. Из основного факта, что сверхзвуковой поток со скоростью U производит на элемент профиля нормальное давление, равное

$$\frac{2\bar{\delta}}{\sqrt{M^2-1}} \frac{\rho U^2}{2}$$

где $\bar{\delta}$ означает местный угол наклона поверхности; легко получить формулы для коэффициентов подъемной силы и сопротивления произвольного тонкого профиля в виде

$$C_L = \frac{2(\bar{\delta}_v + \bar{\delta}_n)}{\sqrt{M^2-1}} \quad (7.1)$$

$$C_D = \frac{4\bar{\delta}^2}{\sqrt{M^2-1}} \quad (7.2)$$

В формуле (7.1) $\bar{\delta}_v$ и $\bar{\delta}_n$ означают углы наклона соответственно верхней и нижней поверхности в произвольных точках.

Для симметричных сечений при угле атаки i формулы (7.1) и (7.2) принимают вид

$$C_L = \frac{4i}{\sqrt{M^2-1}}, \quad C_D = \frac{4(i^2 + \bar{\delta}^2)}{\sqrt{M^2-1}} \quad (7.3)$$

Для ромбообразного профиля с относительной толщиной t/c получим

$$C_D = \frac{4}{\sqrt{M^2-1}} \left[1 + \left(\frac{t}{c} \right)^2 \right] \quad (7.4)$$

Если пренебречь сопротивлением, происходящим от трения и от срыва потока, то отношение подъемной силы к сопротивлению достигает максимума при $t = t/c$ значение этого максимума равно половине обратной величины относительной толщины.

Несущая поверхность конечного размаха. Оба метода, изложенные выше в разделе 4, могут быть применены к вычислению потока, создаваемого несущей поверхностью, если распределение подъемной силы на поверхности крыла задано. Так как в принятой здесь приближенной теории влияние конечной толщины крыла на поток не зависит от потока, создаваемого подъемной силой, то несущую поверхность можно рассматривать как не имеющую толщины. Вместо источников и стоков, примененных в теории сопротивления, в теории несущей поверхности необходимо применять элементарные решения, представленные на фиг. 16 и 17.

Выражение для потенциальной функции, соответствующей этому течению в цилиндрических координатах, будет иметь вид

$$\varphi = \frac{\cos\theta}{r} \frac{x}{\sqrt{x^2 - r^2(M^2 - 1)}} \quad (7.5)$$

Это выражение соответствует действию сосредоточенной подъемной силы, равной $2\pi\rho U$. Вычисляя вертикальные скорости, создаваемые такими течениями, непрерывно распределенными по плоскости проекции крыла, можно найти распределение кривизны, создающее заданное распределение подъемной силы. Следовательно, поток будет полностью известен, и сопротивление может быть вычислено. Наконец, индуктивное сопротивление вычисляется классическим путем, и задача, таким образом, полностью решается.

Применение интеграла Фурье значительно упрощает эти вычисления.

Результаты, аналогичные представленным в разделе 4, получаются следующим путем.

1. Распределение подъемной силы представим интегралом Фурье; для распределения плотности подъемной силы по произвольному сечению получаем выражение

$$l = 2\rho U^2 \frac{a}{\sqrt{M^2 - 1}} \int_0^{\infty} (g_1 \cos vt - g_2 \sin vt) dv \quad (7.6)$$

2. Тогда доля участия двух произвольных сечений S и S^* в полном волновом сопротивлении крыла будет

$$D = \frac{\pi\rho U^2 a^2}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dy dy^* \int_0^{\infty} \frac{q_1 q_1^* + q_2 q_2^*}{|y - y^*|} J_1(v |y - y^*|) dv \quad (7.7)$$

где J_1 означает функцию Бесселя первого рода и первого порядка.

3. В этом случае также легко может быть построена акустическая аналогия. Подъемная сила, распределенная по некоторому сечению, соответствует толчку, создающему в воздухе вертикальные импульсы за ограниченный период времени. Каждое сечение представляет собой некоторый осциллятор. Если вообразить, что импульс создается движением физически существующей поверхности, то поверхность должна исчезнуть после окончания толчка.

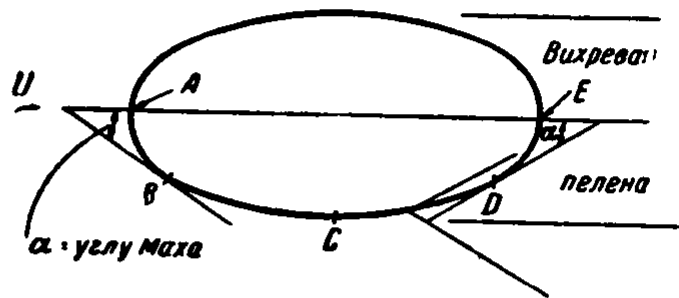
Легко видеть, что в этом случае энергия, сообщаемая жидкости, состоит из двух частей: первая часть представляет собой некоторое количество энергии, уходящей в бесконечность, другая часть остается в той области жидкости, которая подвергалась действию импульса. Первое количество энергии соответствует волновому сопротивлению, вторая часть — вихревому индуктивному сопротивлению.

4. Распределение кривизны по крылу, создающее заданное распределение подъемной силы, вычисляется при помощи интеграла Фурье без особого труда.

Однако прямая задача, которая во многих случаях может быть более интересной для конструктора, а именно определение распределения подъемной силы для крыла заданной формы (т. е. при заданных форме крыла в

плане, кривизне и угле атаки) значительно труднее¹. Точное решение аналогичной задачи в дозвуковом случае также встречает весьма большие трудности. Однако в дозвуковом случае понятие несущей линии дает прекрасное приближение, по крайней мере для крыльев с большим удлинением и небольшой стреловидностью. К сожа-

лению, понятие несущей линии не может быть использовано в сверхзвуковом случае, так как это приводит к бесконечно большим скоростям на несущей линии и бесконечной величине волнового сопротивления. В силу этого обстоятель-



Фиг. 20. Схематическое изображение крыла с дозвуковыми и сверхзвуковыми передией и задней кромками.

ства приходится прибегать к другим методам; достаточно удовлетворительное общее решение требует значительно большего математического исследования и вычислительной работы, чем в дозвуковом случае.

Заключения, приведенные в разделе 5, об отсутствии волнового сопротивления у крыльев бесконечного размаха с достаточно большой стреловидностью применимо также и к теории несущей поверхности. Действительно, непосредственно видно, что если угол стреловидности будет больше чем $90 - \alpha$, где α есть угол Маха, то условия течения должны быть такие же, как и при движении крыла с дозвуковой скоростью нормально к его оси.

Таким образом, необходимо прийти к заключению, что утверждение об отсутствии в сверхзвуковом потоке условия Жуковского не всегда справедливо. Необходимо ввести понятие о сверхзвуковой и дозвуковой задних кромках.

¹ В русской литературе Е. А. Красильщикова свела к квадратурам решение задачи об обтекании сверхзвуковым потоком крыла конечного размаха произвольной формы в плане как для установившегося движения, так и для вибрации крыла, (Прим. перев.)

Например, очевидно, что в случае крыла большой стреловидности сигналы, исходящие из задней кромки, могут покрывать некоторую часть плоскости крыла и даже достичь части передней кромки. Следовательно, утверждение, что условия на задней кромке не могут влиять на поток перед крылом, в этом случае, очевидно, несправедливо.

Основная идея этого рассуждения может быть лучше всего иллюстрирована рассмотрением крыла эллиптической формы в плане, ось которого совпадает с направлением потока (фиг. 20). Касательные к эллипсу, параллельные линиям Маха, делят границу плана крыла на части четырех типов.

1. Часть передней кромки от A до B назовем сверхзвуковой передней кромкой. Здесь течение будет такое же, как у передней кромки обычного сверхзвукового крыла бесконечного размаха. Для этой передней кромки имеет место конечная плотность подъемной силы, определяемая нормальной составляющей скорости потока и местным углом атаки.

2. Часть границы от B до C будем называть дозвуковой передней кромкой. Как и в случае острой кромки плоской пластинки в дозвуковом потоке, плотность подъемной силы на этой передней кромке будет бесконечной, но интегрируемой. Известно, что если существует бесконечная плотность подъемной силы, то на такой передней кромке появится горизонтальная подсосывающая сила.

3. Часть границы от C до D имеет характер задней кромки в дозвуковом потоке. Очевидно, что сигналы, выходящие из точек, лежащих между C и D , покрывают часть плоскости крыла; они могут создать дополнительный поток, который обеспечит у этой части задней кромки плавное течение, удовлетворяющее условию Жуковского. Другими словами, если имеются части задней кромки, на которых составляющая скорости, нормальная к задней кромке, будет дозвуковой, то решение задачи обтекания будет единственным при выполнении условия, аналогичного условию Жуковского. Этому условию можно удовлетворить, если потребовать обращения в нуль плотности подъемной силы вдоль линии CD .

4. Наконец, часть границы от D до E есть сверхзвуковая задняя кромка. Вдоль нее, вообще говоря, плотность подъемной силы будет конечной.

Вдоль всей задней кромки, т. е. между точками, в которых прямые, параллельные направлению потока, касаются плана крыла, возникает вихревая пелена, простирающаяся в бесконечность в следу за крылом.

8. УСТРАНЕНИЕ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ, СТРЕЛОВИДНОСТЬ. ТРЕУГОЛЬНОЕ КРЫЛО

В предыдущих разделах было показано, что сверхзвуковое движение тел сопровождается вообще возникновением волнового сопротивления, которое не существует при дозвуковом движении. В случае тонких тел и тонких симметричных профилей волновое сопротивление пропорционально квадрату относительной толщины; в случае несущей поверхности возникает дополнительное волновое сопротивление, пропорциональное квадрату создаваемой подъемной силы.

Эти результаты указывают на преимущества малых относительных толщин и малых коэффициентов подъемной силы.

Однако это общее соображение ограничено требованиями веса и прочности конструкции. Следовательно, для конструктора самолета желательно иметь такие методы уменьшения волнового сопротивления, которые не приводили бы к крайним утончениям конструкции и к малым коэффициентам подъемной силы.

Физический смысл волнового сопротивления состоит в непрерывном переносе количества движения от движущегося тела к воздуху на бесконечности, если в потоке нет границ. Можно также сказать, что энергия, непрерывно переносимая воздухом, излучается из движущегося тела в бесконечность. Работа, производимая движущим усилием, необходима для создания этой энергии. Поэтому, если найдется метод, препятствующий потере энергии движущейся системой, то волнового сопротивления не будет и движущая сила может быть уменьшена. Это

намечает возможность устранения, по крайней мере теоретически, полностью или частично волнового сопротивления с помощью подходящей интерференции между частями движущейся системы.

Например, можно комбинировать два профиля с плоскими внешними поверхностями, параллельными направлению потока, чтобы их внутренние искривленные поверхности были расположены одна против другой; тогда соответствующим построением указанных двух внутренних поверхностей можно предотвратить отражение волн давления от внутренних поверхностей и воздух будет покидать систему без изменения скорости и энергии; разумеется, такая система не создает подъемной силы.

Возможно также, как это впервые указал А. Буземан, сконструировать биплан таким образом, что волны расширения, возникающие от верхней поверхности, будут компенсированы давлением, создаваемым нижней поверхностью. Этим путем можно значительно уменьшить полное волновое сопротивление.

Биплан, разумеется, имеет недостатки с других точек зрения. Тем не менее задача о действии интерференции должна изучаться с целью дальнейшего уменьшения волнового сопротивления.

Другая общая идея была уже указана в связи со сверхзвуковой теорией крыла. Было показано, что в случае стреловидного крыла бесконечного размаха волновое сопротивление исчезает, когда стреловидность настолько велика, что скорость потока, нормальная к оси крыла, становится дозвуковой. Было также показано, что в случае крыла конечного размаха волновое сопротивление значительно уменьшается при достаточно большой стреловидности. Когда скорость, нормальная к передней кромке, приближается к звуковой, происходит увеличение сопротивления, как это имеет место для нестреловидного крыла в области звуковых скоростей в силу скачка и отрыва потока. Заметим, что для крыла стреловидной конструкции возникают свои особые задачи и трудности как следствие особой формы плана.

Одной из наиболее важных задач является соответствующий выбор крылового профиля. Если крыло имеет

дозвуковую переднюю кромку, то сверхзвуковой профиль будет создавать большой пик отрицательных давлений на переднем конце, приводящий в конечном счете к отрыву. Следовательно, в этом случае конструктор должен употреблять профили, соответствующие трансзвуковому течению, подобные ламинарным профилям, применяемым в самолетах, предназначенных для больших дозвуковых скоростей. В центральном сечении стреловидного крыла или сечениях стреловидного крыла вблизи фюзеляжа превалируют сверхзвуковые условия, и, таким образом, форму сечения следует, вероятно, менять вдоль размаха.

Аэродинамические соображения, влияющие на выбор несущих поверхностей, образуют ветвь сверхзвуковой аэродинамики, крайне нуждающуюся в глубоком исследовании. Способы изменения распределения подъемной силы по крылу, вытекающие из соображений теории пограничного слоя, заслуживают также тщательного изучения; это изучение может создать большие возможности и помочь в преодолении трудностей, связанных с переходом от дозвукового к сверхзвуковому режиму.

Одну из разновидностей сверхзвуковой схемы представляет собой крыло треугольной формы в плане, иногда называемое дельта-крыло. Эта форма в плане имеет значительный теоретический интерес, так как для дельта-крыльев с некоторыми простыми распределениями угла атаки прямая задача теории крыла может быть решена сравнительно легко. В предыдущих разделах были изложены два общих метода вычисления потока, создаваемого тонкими телами и крыльями: метод источников и метод интеграла Фурье.

Третий изящный метод представляют собой так называемые «конические течения». Поток называется коническим, если все три составляющие его скорости будут постоянны вдоль прямых линий, выходящих из одной точки. Простейший пример представляет собой поток обтекающий конус кругового сечения. Общий случай конического потока есть обобщение этого течения.

В конических потоках удобно пользоваться сферическими координатами: радиус-вектором r , меридианным

углом θ и азимутальным параметром ξ ; последний связан с азимутом ω зависимостью

$$\operatorname{ch} \xi = \frac{\operatorname{ctg} \omega}{\sqrt{M^2 - 1}}$$

Так как три составляющих u , v , w скорости конического потока не зависят от r , то θ и ξ можно выбрать за независимые координаты. В этом случае можно показать, что u , v и w удовлетворяют уравнению Лапласа,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

Следовательно, математическая задача определения конических потоков, удовлетворяющих граничным условиям, оказывается сравнительно простой. Для решения можно применить, например, изящный метод конформного преобразования.

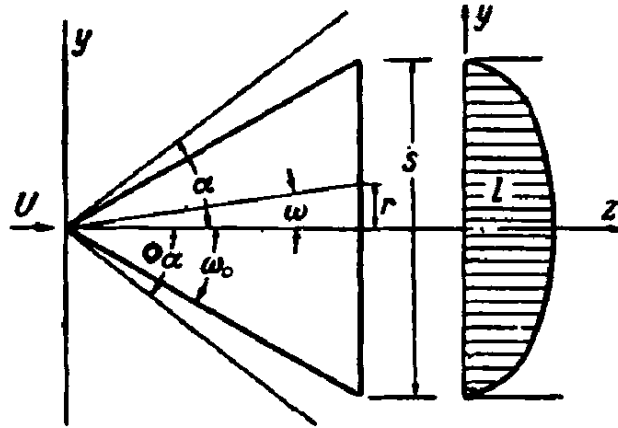
В пределах приближения линейной теории крыла поток, создаваемый тонким треугольным крылом, будет коническим потоком, если местный угол атаки будет функцией только азимута. Простейший пример такого рода есть треугольное крыло с постоянным местным углом атаки, т. е. плоская пластинка треугольной формы¹.

В этом случае для распределения подъемной силы и сопротивления бесконечного треугольного крыла можно дать математические выражения в замкнутом виде. При этом согласно правилу запрещенных сигналов и общим свойствам крыльев, имеющих в плане форму с дозвуковыми и сверхзвуковыми задними кромками, решение для бесконечного крыла без изменений будет пригодно также и для конечного крыла, если только оно имеет сверхзвуковую заднюю кромку.

Рассмотрим для примера треугольное крыло с достаточно большой стреловидностью, так что передняя кромка будет дозвуковой. Задняя кромка предполагается перпендикулярной направлению полета. Простой анализ

¹ Эта задача рассматривалась в русской литературе М. И. Гуревичем, а также Е. А. Карпович и Ф. И. Франклем. Аналогичная задача (включая крыло прямоугольной формы в плане) в некоторой более общей постановке рассматривалась Л. А. Галиным. (Прим. перев.)

показывает, что плотность подъемной силы бесконечна, но интегрируема вдоль передних кромок и конечна и отлична от нуля на задней кромке, как это следует из общих



Фиг. 21. Треугольное крыло.

соображений, приведенных выше. При этом распределение подъемной силы вдоль размаха оказывается эллиптическим. Подъемная сила на единицу длины размаха равна

$$\frac{\rho U^2}{2} \frac{is}{E} \sqrt{1 - 4 \frac{r^2}{s^2}}$$

Полная подъемная сила равна

$$L = \frac{\rho U^2}{2} \frac{is^2 \pi}{2E}$$

В этих формулах E есть числовой множитель, определяемый эллиптическим интегралом второго рода:

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left[1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \omega_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha}\right] \sin^2 \beta} d\beta$$

Полное сопротивление дается формулой

$$D = Li - \frac{Li}{2E} \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \omega_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha}} \quad (8.1)$$

где α — угол Маха, а i — угол атаки; величины r , s и ω_0 указаны на фиг. 21.

В формуле (8.1) первый член есть сумма горизонтальных составляющих сил давления, действующих на

верхнюю и нижнюю поверхности. Второй отрицательный член соответствует подсосывающей силе на передней кромке. Можно также легко отделить волновое сопротивление от индуктивного. Величина индуктивного сопротивления дается простой формулой

$$D_i = \frac{Li}{2E} \quad (8.2)$$

Разность $D - D_i$ дает выражение для волнового сопротивления

$$D_w = Li \left\{ 1 - \frac{1}{2E} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{\text{tg}^2 \omega_0}{\text{tg}^2 \alpha}} \right] \right\} \quad (8.3)$$

С помощью вычислений можно показать, что при достаточно большой стреловидности благоприятное отношение подъемной силы к сопротивлению может быть достигнуто при удовлетворительном коэффициенте подъемной силы.

Сопротивление, зависящее от толщины крыла, не учитывается такими вычислениями. Окончательное суждение о практических достоинствах треугольного крыла может быть сделано только после дальнейших подробных теоретических и экспериментальных исследований.

Метод конических потоков, который приводит к простым результатам в случае треугольного крыла, оказывается также полезным для решения задачи о подъемной силе широкого класса крыльев с различной стреловидностью и трапецевидностью. Он может быть также использован в теории сопротивления крыльев с заданной формой сечения, в частности, если сечение состоит из прямых линий.

9. ТРЕНИЕ И ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

В предыдущих разделах делались два предположения: отсутствие вязкости и малость величин возмущений, создаваемых присутствием тела в сверхзвуковом потоке. Этот и следующий разделы содержат несколько замечаний о влиянии вязкости и конечности возмущений.

О величине трения между поверхностью тела и воздухом, движущимся относительно тела со сверхзвуковой скоростью, имеется мало сведений. Тем не менее измере-

ние перепада давления в трубах показывает, что коэффициент трения, полученный для дозвукового потока, может быть применен также и в сверхзвуковом случае, по крайней мере для турбулентных течений. Баллистические опыты подтверждают этот результат. Оказывается, что порядок величины сопротивления трения снаряда может быть получен экстраполированием коэффициента трения от дозвуковых к сверхзвуковым скоростям, рассматривая его только как функцию числа Рейнольдса.

Теория пограничного слоя была распространена различными авторами на область сверхзвуковых скоростей в случае ламинарного потока. В настоящее время теория пограничного слоя не является проблемой только аэродинамики, она относится скорее к аэротермодинамике (термин, введенный Л. Крокко), так как теплота, возникающая вследствие вязкости и теплообмена через пограничный слой, является существенным фактором, пренебрегать которым нельзя.

Интересно отметить, что если поток обтекает термически изолированную стенку, то температура воздуха, непосредственно прилегающего к стенке, достигает величины, соответствующей адиабатическому сжатию газа до динамического давления (температура торможения), хотя повышения давления не происходит. Если температура теплопроводящей поверхности стены ниже, чем указанная величина, то будет происходить передача тепла стенке. Таким образом, если существует значительная разность температур между движущимся нагретым телом и холодным окружающим воздухом, то при некотором числе Маха полета охлаждение может обратиться в нагревание; это происходит за счет теплоты, создаваемой внутренним трением в пограничном слое; это обращение происходит при числе Маха

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \frac{T_c - T_n}{T_c}}$$

Здесь T_c и T_n — температура стенки и потока.

Когда Г. Тзян и автор этого обзора рассматривали эту задачу в 1938 г., казалось, что она имеет чисто академический интерес. Но сегодня это есть вопрос практики,

например, в связи с фау-2. Наибольшие результаты в интегрировании уравнений аэротермодинамики для ламинарного пограничного слоя сжимаемой жидкости были получены Л. Крокко¹.

Вопрос устойчивости ламинарного пограничного слоя для несжимаемой жидкости был в окончательной форме выяснен математической работой С. Лина и экспериментальными исследованиями Г. Л. Драйдена. Проблема устойчивости ламинарного пограничного слоя сжимаемой жидкости была недавно исследована С. Лином и Л. Ли. В общем случае, если существует поток тепла через стенку, то сжимаемость оказывает стабилизирующее действие, тогда как в случае теплоизолированной стенки действие сжимаемости будет обратным.

Однако всегда следует иметь в виду, что, как это будет показано в разделе 12, теория пограничного слоя применима только к случаю, когда внешний поток полностью определяет пограничный слой и нельзя ожидать обратного действия пограничного слоя на внешний поток.

Таким образом, проблема устойчивости в широком смысле должна включать вопрос о взаимодействии между пограничным слоем и внешним потоком, в частности, между пограничным слоем и ударной волной. На больших высотах, т. е. в среде с малой плотностью, излучаемое тепло также должно быть принято во внимание². Охлаждение стенки, вследствие излучения может увеличить устойчивость ламинарного пограничного слоя в широких пределах. Что касается вполне развитой теории турбулентного пограничного слоя и турбулентного отрыва, то эти задачи не были решены даже в случае несжимаемой жидкости. Задача об отрыве в сверхзвуковом потоке тесно связана с задачей об образовании ударных волн. Этот вопрос будет рассмотрен в разделе 12. Он имеет фундаментальное значение для проблемы перехода через скорость звука.

¹ Теории ламинарного пограничного слоя в сжимаемой жидкости посвящены исследования А. А. Дородницына и Л. Г. Лойцянского. (Прим. перев.)

² Задача о пограничном слое с учетом излучения исследована И. А. Кибелем. (Прим. перев.)

10. ТОЧНАЯ ТЕОРИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА

Если желательно произвести более точный анализ сил, действующих на тело в сверхзвуковом потоке, выходящий из рамок линейного приближения, основанного на допущении малых возмущений, то простые правила раздела 2 и теория сопротивления и подъемной силы, изложенная в разделах 3—7, должны быть изменены в некоторых существенных чертах.

(а). При линейном приближении скорость звука предполагается постоянной во всем поле движущейся жидкости и равной скорости звука невозмущенного потока.

Однако известно, что скорость звука пропорциональна корню квадратному из температуры газа и, следовательно, она будет меняться от точки к точке, если давление меняется не вполне изотермически. Если принять во внимание изменение скорости звука и влияние разности между местной и основной скоростью потока на распространение волн, то уравнения движения будут нелинейными, и метод наложения частных решений не может быть применен.

В связи с этим нельзя будет говорить о конусах Маха, пронизывающих весь поток. Это понятие сведется к бесконечно малым местным конусам Маха, определяющим распространение давления в бесконечно малой окрестности некоторой точки. Ось такого бесконечно малого конуса будет параллельна направлению местной скорости, а угол при вершине будет соответствовать местному числу Маха. В этом случае метод наложения частных решений, пригодный в линейной теории для всего поля, должен быть заменен методом последовательного построения сетки; для плоского потока и пространственного потока с осевой симметрией такое последовательное интегрирование можно выполнить численными или графическими методами.

Линии пересечения элементарных конусов Маха с плоскостью плоского потока или с меридианной плоскостью потока с осевой симметрией образуют сетку кривых, называемую характеристиками. Касательная к линии тока является биссектрисой угла между характеристиками, проходящими через точку касания, и обра-

зует с каждой из характеристик угол, равный местному углу Маха.

Метод характеристик позволяет получить существенное уточнение для сопротивления, вычисленного по линейной теории. Это является особенно ценным при установлении степени точности линейной теории.

(b). Следует затем подчеркнуть то обстоятельство, что скорость звука есть скорость распространения бесконечно малых изменений давлений, в то время как конечные изменения давления распространяются с существенно большей скоростью. Эта скорость распространения есть функция величины изменения давления. Следовательно, если изменение давления, производимое движущимся телом, имеет конечную величину, то правило запрещенных сигналов в том виде, как оно изложено в разделе 2, не будет вполне справедливо.

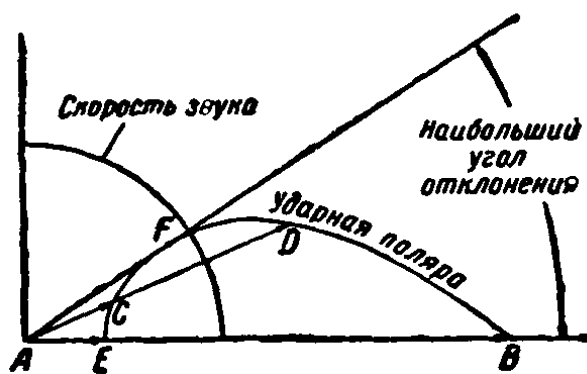
Вообще говоря, поверхность, отделяющая зону молчания от зоны действия, уже не будет круглым конусом, выходящим из источника возмущения; в большинстве случаев она будет криволинейной поверхностью, на которой давление, плотность и скорость претерпевают конечные изменения. Внезапное изменение этих основных величин обычно называют скачком, а поверхность, на которой происходит это изменение, называют ударной волной. Этой терминологией указывается, что нарушение непрерывности вызывается распространением волны, именно распространением фронта волны конечной амплитуды со скоростью большей, чем скорость звука.

Линейная теория, которая имеет дело только с бесконечно малыми возмущениями, не отображает возможности образования разрывов, на что указывает появление в некоторых случаях бесконечных значений для скорости или градиента давления.

Когда скорость перпендикулярна к поверхности разрыва, скачок называется прямым скачком. В прямом скачке меняется только величина скорости. Скорость вверх по течению от поверхности разрыва, разумеется, должна быть сверхзвуковой и становится всегда дозвуковой после поверхности разрыва. Если скорость не перпендикулярна поверхности разрыва, то касательная

составляющая скорости не меняется при переходе через поверхность, а сверхзвуковая величина нормальной составляющей меняется на дозвуковую.

На фиг. 22, на так называемой плоскости годографа, изображена ударная поляра, представляющая все векторы скорости, в которые может при скачке превратиться данный вектор AB , без нарушения трех основных динамических и термодинамических теорем, — сохранения материи, количества движения и энергии. Чертеж показывает, что при заданной начальной скорости величина угла отклонения скорости после скачка ограничена. Это объясняет, почему, например, в случае тела с острым носом ударная волна может присоединиться к коническому острию, если угол конусности не слишком велик.



Фиг. 22. Ударная поляра

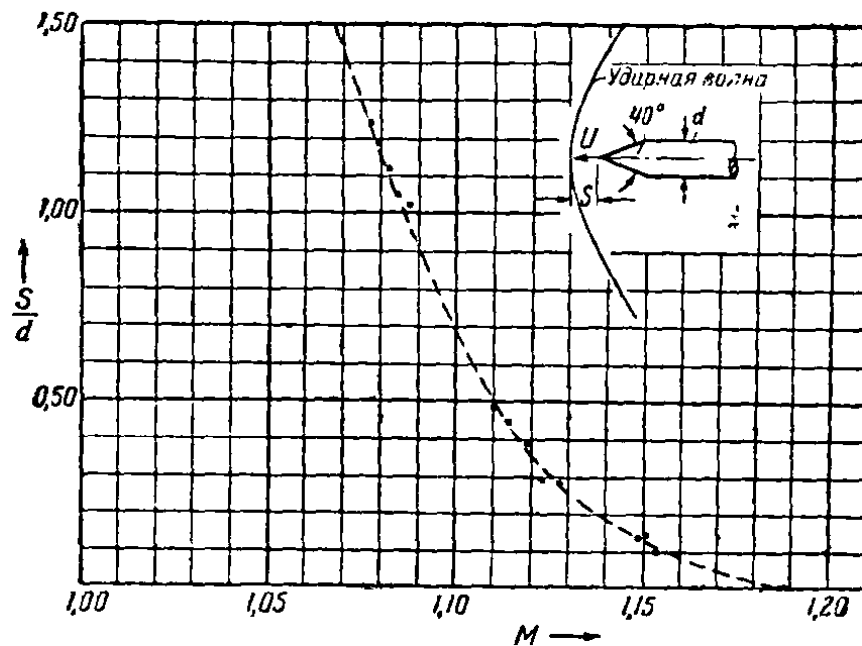
Для больших углов получается так называемая отсоединенная ударная волна.

Отсоединенная ударная волна возникает также, если тело имеет тупой нос или кромку. Из фиг. 22 видно, что в случае присоединенной ударной волны скачкообразное изменение направления теоретически возможно представить двумя векторами, именно векторами AC или AD . Для острой кромки или конуса, по причинам теоретически пока не ясным, изменение обычно происходит от AB к AD , т. е. происходит скачок, сопровождающийся меньшим изменением величины скорости¹. Максимум угла отклонения вектора скорости зависит от числа Маха и приближается к нулю, когда $M \rightarrow 1$; таким образом, когда скорость движущегося тела проходит через скорость звука, сначала всегда возникает отсоединенная ударная волна. Теоре-

¹ Этот вопрос в русской литературе получил некоторое разъяснение в работах Ф. И. Франкля. (Прим. перев.)

тически отсоединенный скачок появляется на бесконечном расстоянии впереди тела, когда $M = 1$.

Теневые снимки снаряда, проходящего через скорость звука, представлены ниже на фиг. 25. С возрастанием числа Маха расстояние между носом и ударной волной уменьшается, как это показано на фиг. 23. В этом частном случае (угол конусности 40°) ударная волна впервые присоединяется к телу при $M = 1,18$



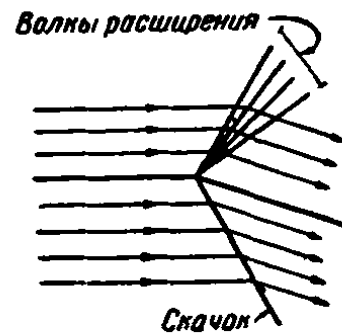
Фиг. 23. Отношение расстояния отсоединенной ударной волны к диаметру снаряда как функция числа Маха.

Рассмотрим теперь отсоединенную ударную волну перед клином. В этом случае точка B на фиг. 22 соответствует скорости на бесконечности, а точка E соответствует пересечению ударной волны с плоскостью симметрии. Если число Маха возрастает, то часть ударной волны, соответствующая дуге EF , становится все меньше и меньше и исчезает, когда ударная волна присоединяется к телу. Это находится в согласии с отмеченным выше фактом, что при больших числах Маха часть ударной волны в окрестности клина соответствует скорее точке D , чем точке C (фиг. 22).

Процесс внезапного повышения давления является необратимым, так как он сопровождается возрастанием

энтропии газа. Другими словами, скачкообразное падение давления не может осуществиться в стационарном потоке. Если желательно выразить этот факт в другой форме, то можно сказать, что в сжимаемой жидкости возможно скачкообразное уменьшение скорости и невозможно скачкообразное увеличение скорости. Такое поведение сверхзвукового потока сжимаемой жидкости иллюстрируется течением, представленным на фиг. 24. Жидкость, проходящая вдоль вогнутого угла, претерпевает внезапное изменение скорости и давления, тогда как скорость и давление в жидкости, проходящей вдоль выпуклого угла, меняются непрерывно. Линии постоянного давления образуют веерообразный пучок прямых, выходящий из вершины угла. Отметим замечательный факт, что в сверхзвуковом потоке жидкость может обтекать угол без бесконечной скорости или отрыва потока, тогда как известно, что в дозвуковом случае либо скорость становится бесконечной, либо поток отрывается.

Указанные выше явления относились к невязкой жидкости. В вязкой жидкости вследствие вязкости и теплопроводности давление и скорость меняются всегда непрерывно. Однако можно показать, что область, в которой главным образом меняются давление и скорость, имеет порядок величины среднего свободного пробега молекул газа и, следовательно, вообще эта область будет очень мала (исключая газ крайне малой плотности). На толщину и физическую природу этой переходной области влияют также внутренние термодинамические свойства газа, именно распределение тепловой энергии по различным степеням свободы молекулы. Этот эффект называется эффектом релаксации и весьма важен в случае газа с медленной внутренней вибрацией. Рассмотрение последней проблемы требует применения методов квантовой механики.



Фиг. 24. Волны сжатия и расширения.

Основное значение в явлении ударных волн для прикладной аэродинамики имеет создаваемое ими сопротивление, которое не может быть получено из линейной теории. Повидимому, французский математик Адамар впервые показал, что поток газа, прошедший через кривую поверхность разрыва, не останется безвихревым даже в случае однородного параллельного потока перед ударной волной. Следовательно, если движущееся тело создает ударную волну, то оно сопровождается следом, эквивалентным потере количества движения. Эта потеря количества движения вызывает сопротивление аналогично тому, как отрыв потока создает сопротивление давления.

Это явление можно рассматривать также с точки зрения энтропии. Ударная волна вызывает возрастание энтропии. Таким образом, кинетическая энергия, которая преобразуется в тепло, не может полностью снова превратиться в кинетическую энергию. Следовательно, теплосодержание воздуха на большом расстоянии позади тела будет больше, чем далеко впереди тела. Работа, затрачиваемая на это тепло, должна быть произведена движущей силой, необходимой для поддержания установившегося движения тела.

В точной теории сопротивления тел, движущихся со сверхзвуковой скоростью, сопротивление, соответствующее следу от ударной волны, не всегда может быть легко отделено от волнового сопротивления. Рассмотрим, например, крыловой профиль в плоско-параллельном потоке и предположим, что на острой передней кромке имеется присоединенная ударная волна. Легко видеть, что линии Маха, выходящие из поверхности профиля, пересекают ударную волну. Линии Маха, выходящие из поверхности профиля, представляют собой волны расширения, указанные ранее при рассмотрении потока сжимаемой жидкости, обтекающего угол. Такие волны иногда называют волнами Прандтля-Мейера; этими авторами был впервые дан математический анализ процесса расширения. Так как волны расширения пересекают ударную волну сжатия, то они уменьшают ее интенсивность и могут также создать бесконечно малые волны сжатия, отра-

женные от ударной волны. При этих процессах интенсивность ударной волны постепенно уменьшается; на бесконечности ударная волна превращается в простую линию Маха, аналогичную линиям Маха, рассматриваемым в линейной теории. Однако из качественного рассмотрения точной картины процесса ясно, что волны расширения, выходящие с поверхности профиля, не простираются в бесконечность и, следовательно, не могут создавать волнового сопротивления, которое было определено ранее как эквивалент количества движения, уносимого в бесконечность. Волновое сопротивление преобразуется в сопротивление давления, т. е. в сопротивление, создаваемое следом ударной волны.

Однако сравнение вычисленного волнового сопротивления и сопротивления, замеренного в действительности, показывает, что, несмотря на различие физической природы этих сопротивлений, теория волнового сопротивления дает прекрасное приближение. Это происходит потому, что теория волнового сопротивления достаточно правильно представляет условия на большом, но конечном расстоянии от тела. В известной степени это аналогично линейной теории индуктивного сопротивления крыла конечного размаха в дозвуковом потоке, — плоская вихревая пелена позади крыла не может простираться в бесконечность, тем не менее вычисления индуктивного сопротивления, основанные на этом допущении, дают хорошее приближение.

Дальнейшее приближение, выходящее из рамок линейной теории, можно получить по меньшей мере для плоского и осесимметричного потока, если вместо линеаризованных воспользоваться точными уравнениями движения, пренебрегая отражением линий Маха от ударной волны. Этот метод применялся многими авторами для вычисления распределения давления на профиле.

Один из интересных результатов этого анализа, результат, который не вытекает из линейной теории, состоит в том, что угол отклонения потока вдоль профиля получается ограниченным. Веерообразное расхождение волн, представленное на фиг. 24, может продолжаться

только до известного предела, так как давление достигает нуля при некотором определенном угле отклонения. Такое же явление происходит на выпуклой поверхности крыла, — если этот предел достигнут, должен произойти срыв потока. Рассматриваемое явление имеет важное отношение к максимуму подъемной силы крыльев.

В случае отсоединенной ударной волны значительная часть потока в окрестности тела может быть дозвуковой; при этом основная часть сопротивления соответствует следу ударной волны. Это будет справедливо также в случае трансзвукового потока с ударной волной конечной длины.

Пусть скорость тела меньше, чем скорость звука, но поток около тела частично сверхзвуковой. Если в этом случае развивается ударная волна, то она может иметь только конечную длину, так как ударная волна не может существовать в дозвуковом потоке. Поскольку на большом расстоянии от тела поток будет дозвуковой, то, разумеется, волнового сопротивления существовать не может.

Сопротивление от ударной волны и отрыва потока будет вообще значительно больше, чем сопротивление трения, и вызовет сильное возрастание коэффициента полного сопротивления. Число Маха, при котором происходит это увеличение коэффициента сопротивления, называется критическим числом Маха. Трансзвуковые проблемы будут рассмотрены несколько подробнее в разделах 11 и 12.

(с). Образование ударных волн имеет основное значение в задачах, связанных с рассмотрением внутренних сверхзвуковых потоков. Инженеру приходится встречаться с подобными задачами при засасывании и прогонке воздуха в трубах и реактивных устройствах. Расчет сверхзвукового диффузора представляет собой одну из таких характерных задач. Она состоит в замедлении воздуха, подводимого к трубе со сверхзвуковой скоростью, до скорости использования в трубе или камере сгорания. Повидимому, в этом процессе избежать ударных волн полностью нельзя. Однако коэффициент

полезного действия может быть повышен регулированием местоположения и величины скачков.

Основной принцип конструирования заключается в устранении прямых скачков большой интенсивности. Задача конструктора состоит либо в создании последовательности косых скачков так, чтобы изменение нормальной составляющей скорости было мало на каждом скачке, либо в создании слабых прямых скачков в сечениях, где скорость лишь немного превышает скорость звука. Рамки этой статьи не позволяют провести подробное рассмотрение этой задачи. Можно указать на работы Осватича, Крокко и др.

11. ТРАНСЗВУКОВЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Основное влияние сжимаемости, которое приходится учитывать при проектировании самолетов, заключается в возрастании сопротивления, падении подъемной силы и, как следствие последнего, — потере управляемости и маневренности хвостового оперения.

Все это вызывается скорее разрушением непрерывного безвихревого потока, чем непосредственным влиянием сжимаемости воздуха. Явления, возникающие до разрушения безвихревого движения, были исследованы различными методами.

Первая приближенная теория, учитывающая влияние сжимаемости была предложена Прандтлем и Глауэром; она основана на предположении о малости возмущений, т. е. на тех же предположениях, которые в сверхзвуковом случае приводят к результатам, изложенным выше в этой статье.

В дозвуковом случае можно дать простое правило для поправки на сжимаемость, известное как поправка Прандтля-Глауэрта. Оно заключается в том, что в случае тонкого профиля давление, действующее на элемент поверхности, должно быть умножено на $1/\sqrt{1-M^2}$ где M — число Маха полета. Однако скоро обнаружилось, что эта поправка недостаточна, когда число Маха превышает 0,5 или 0,6.

Более точная поправка была получена Г. Тзяном и автором, которые не пользовались предположением о

малости возмущений. Эта поправка основана на другой линеаризации уравнений движений, впервые предложенной Моленбреком и Чаплыгиным и примененной многими авторами главным образом в задаче о газовых струях.

Видоизменяя оригинальный метод Чаплыгина, Тзян и автор¹ сделали его применимым к задачам больших дозвуковых скоростей и, в частности, пригодным для вычисления сил, действующих на крыло. Математическое упрощение достигается заменой части адиабатической кривой газа на диаграмме давление — объем прямой линией². Поправка Кармана-Тзяна дает удовлетворительные результаты в области скоростей, в которой поправка Прандтля-Глауерта не является достаточной.

Однако ни один из этих методов не может дать правильного ответа, если местная скорость в некоторой точке профиля достигает скорости звука. Для этого случая теория должна быть пересмотрена. По мнению автора, трудно найти простой единый метод, пригодный в области скоростей, при которых поток является частично сверхзвуковым. Вероятно, удовлетворительные приближения для распределения давления можно найти, комбинируя типичные дозвуковые и сверхзвуковые течения. Экстраполяция без достаточно надежного теоретического обоснования хотя и находится в некоторых случаях в согласии с результатами измерений, не будет справедливой при дальнейшем расширении экспериментальных результатов.

Рассмотрим задачу о симметричном профиле в однородном параллельном потоке идеальной сжимаемой жидкости и предположим, что скорость невозмущенного потока непрерывно возрастает.

¹ С. А. Христиановичем разработан метод, позволяющий получить решение задачи об обтекании дозвуковым потоком профиля с циркуляцией. В методе Христиановича результат, аналогичный результату Кармана и Тзяна, получается как первое приближение. Заметим, что метод Кармана-Тзяна не позволяет решить задачу обтекания профиля с циркуляцией. (Прим. перев.)

² Это упрощение уравнений Чаплыгина было ранее предложено Л. С. Лейбензоном. (Прим. перев.).

До некоторого значения числа Маха уравнения движения будут иметь только одно единственное решение, причем скорость в каждой точке остается дозвуковой. При некотором определенном числе Маха в какой-то точке скорость достигает скорости звука. Можно показать, что эта точка обязательно лежит на поверхности профиля.

В противоположность ранее существовавшим мнениям, возникновение звуковых скоростей не обязательно означает нарушение непрерывности потока и появление вследствие этого сопротивления.

Оказывается, что решение может быть построено из дозвуковой и сверхзвуковой областей без разрыва. Сверхзвуковая область примыкает к поверхности крыла. Если число Маха возрастает дальше, то по крайней мере в одной точке появится бесконечное ускорение; за этим предельным числом Маха непрерывное решение будет невозможно и крыло должно иметь сопротивление даже в невязкой жидкости; оно вызывается появлением ударных волн, отрывом или тем и другим.

С теоретической точки зрения такое число Маха следует рассматривать как критическое число Маха.

Однако в этом вопросе имеется несколько сомнительных мест.

1. Не доказано, что непрерывное решение, построенное из дозвуковых и сверхзвуковых областей, будет единственным решением.

2. Не доказано, что разрывное решение, т. е. поток с ударной волной, не может существовать при числе Маха, меньшем теоретического значения критического числа Маха.

Разумеется, такое решение невозможно, прежде чем скорость в каком-либо месте достигнет скорости звука.

Однако поведение потока между этими двумя пределами недостаточно исследовано теоретически, а экспериментальные результаты до некоторой степени противоречивы.

При современном состоянии этого вопроса, повидимому, целесообразно назвать:

(а) число Маха, при котором местная скорость достигает скорости звука *нижним критическим числом Маха*;

(б) число Маха, выше которого невозможен непрерывный поток, *верхним критическим числом Маха*.

Число Маха (а) дает необходимое число Маха (б), достаточное условие для появления ударной волны¹.

3. Разумеется, можно утверждать, что в действительности разрушение непрерывного потока, вызывающее быстрый рост сопротивления и падение подъемной силы, может возникнуть между верхним и нижним пределами. Однако при экспериментах ни в одном случае не удалось достигнуть верхнего предела. Главное препятствие в этих исследованиях заключается в трудности теоретического определения верхнего предела. Более того, согласно классификации Г. Тзяна в случае больших ускорений, обязательно возникающих вблизи верхнего критического предела, следующие факторы оказывают существенное влияние на игру динамических сил: (а) вязкие напряжения, вызванные обыкновенным внутренним трением в жидкости; (б) вязкие напряжения, вызванные быстрым сжатием и расширением; (с) релаксационные действия на внутренние молекулярные колебания; (d) теплопроводность.

Автор полагает, что эта особая неустойчивость непрерывного потока может повести к преждевременному появлению ударных волн.

Экспериментальные результаты с очевидностью показывают также, что пограничный слой имеет значительное влияние на образование ударных волн; поэтому представляется необходимым хотя бы краткое рассмотрение проблемы взаимодействия между пограничным слоем и ударными волнами.

¹ В русской литературе интересный результат был опубликован А. А. Никольским и Г. И. Тагановым. Ими было доказано, что при замене бесконечно малого участка профиля отрезком прямой непрерывное трансзвуковое течение должно разрушаться. Позднее Ф. И. Франклем было показано, что трансзвуковое течение без скачка внутри местной сверхзвуковой зоны, вообще говоря, невозможно; более точно им показано, что если для какого-либо профиля при некотором числе Маха существует трансзвуковое течение без скачка, то при бесконечно малом изменении формы контура или кривизны обязательно возникает ударная волна. (Прим. перев.)

12. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ И УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Понятие пограничного слоя основано на предположении, что поток в пограничном слое, а также возрастание или уменьшение толщины пограничного слоя полностью определяются скоростью и распределением давления в невязком внешнем потоке. Другими словами, предполагается, что поток вне пограничного слоя влияет на развитие пограничного слоя, но нет обратного влияния пограничного слоя на основной поток.

В случае несжимаемой жидкости или сжимаемой жидкости, движущейся с малой скоростью, можно показать, что это предположение близко к действительности, если только поток не отрывается от тела. Отрыв может быть вызван острым углом или большой величиной так называемого градиента противодавления. При отсутствии отрыва давление поперек слоя достаточно постоянно, и изменения в толщине пограничного слоя не влияют заметным образом на основной поток.

Основное допущение теории пограничного слоя не может быть применено в области трансзвуковых скоростей по двум причинам:

(а) В окрестности скорости звука небольшое изменение поперечного сечения потока вызывает большие изменения давления и скорости. Известно, что поток в сверхзвуковом сопле достигает скорости звука в минимальном поперечном сечении, так что как небольшое уменьшение, так и небольшое увеличение скорости в обоих случаях требуют большего поперечного сечения. Таким образом, если рассмотреть трубки тока, проходящие непосредственно вдоль пограничного слоя, то следует заключить, что увеличение или уменьшение толщины пограничного слоя должно иметь существенное влияние на поток, примыкающий к пограничному слою, сужая или расширяя поперечные сечения прилегающих к слою трубок тока. Следовательно, вблизи скорости звука имеет место взаимодействие между основным потоком и пограничным слоем в обоих направлениях.

(b) Так как течение в пограничном слое, по крайней мере вблизи стенки, разумеется, дозвуковое, ударная волна не может простираться сквозь весь пограничный слой и заканчиваться на стенке. Далее, если ударная волна заканчивается внутри пограничного слоя, то условия, которые здесь имеют место, должны противоречить допущениям, принятым в теории пограничного слоя. Скачок давления в ударной волне должен создать невероятное повышение давления в дозвуковой части пограничного слоя. Давление поперек пограничного слоя не будет оставаться больше постоянным и, следовательно, обычная теория пограничного слоя едва ли может быть применена. Большое возрастание давления может вызвать отрыв потока, и этот отрыв вообще будет оказывать обратное действие на величину и направление ударной волны.

Важность явления взаимодействия между пограничным слоем и трансзвуковым потоком и, в частности, образования ударных волн была признана почти одновременно научными сотрудниками национального консультативного комитета по авиации (НАСА) и Калифорнийского технологического института, а также Я. Аккеретом в Цюрихе. Исследования в этой области еще весьма далеки от окончания.

Однако можно указать несколько важных открытий. Установлено, что образование ударных волн около выпуклой поверхности крыла в большой степени зависит от вида течения в пограничном слое, а именно будет ли оно ламинарным или турбулентным. В случае ламинарного пограничного слоя наблюдается комбинация волн, которая своей конфигурацией напоминает греческую букву лямбда. Оказывается, что возрастание толщины пограничного слоя вызывает в основном потоке систему наклонных волн или слабых скачков, сопровождающихся, повидимому, одним сильным скачком.

Отметим, что первоначально результаты фотографирования и результаты, полученные измерением распределения давления на стенке, оказались противоречивыми. Хотя на фотографиях была ясно видна большая интенсивность ударных волн, измерения у стенки почти

не обнаружили разности давлений. Это расхождение было выяснено улучшением техники измерения и более точным анализом фотографий. Г. Липман в Гугенгеймановской лаборатории в Пассадене нашел, что скачок сопровождается веерообразной системой волн расширения. Так как скачок наклонен вверх по потоку, а волны расширения — вниз по потоку, то это явление можно рассматривать как отражение волн сжатия от свободной границы, которую в этом случае представляет дозвуковая часть ламинарного пограничного слоя. Известно, что волны сжатия отражаются от твердой стенки как волны сжатия, а от свободной границы как волны расширения. Ранее было указано, что скачок разрежения существовать не может и, следовательно, отраженная волна проявляется в виде веерообразной системы волн Маха. Фотографии, иллюстрирующие это явление, можно найти в работах Липмана и Аккерета.

Если пограничный слой является турбулентным или искусственно делается турбулентным, прежде чем достигается максимум скорости, то на фотографиях обнаруживается сильный скачок уплотнения. Этот скачок приблизительно перпендикулярен стенке, и измерение распределения давления на стенке показывает быстрый рост давления, вызванный присутствием ударной волны. Иногда ударная волна имеет небольшой наклон в направлении потока, вероятно, потому, что основной поток отклоняется при отрыве или быстром возрастании толщины пограничного слоя. В подобных случаях, как и при ламинарном пограничном слое, также наблюдаются отраженные волны расширения, хотя это отражение недостаточно, чтобы устранить возрастание давления у стенки.

Давно известно, что в дозвуковом потоке критическое изменение сопротивления и ухудшение характеристик крыла зависят от взаимного расположения точки перехода ламинарного потока в турбулентный и точки отрыва. Интересно отметить, что то же самое взаимодействие между точкой перехода и точкой отрыва определяет также образование ударных волн, а следовательно, характеристики сопротивления и подъем-

ной силы крыловых профилей и тонких тел при трансзвуковых скоростях. Однако в понимании этого явления сделаны только первые шаги и, следовательно, пока нельзя сделать каких-либо практических заключений.

13. ТЕОРИЯ ТРАНСЗВУКОВОГО ПОТОКА

В последние годы были сделаны большие усилия для определения потока около тел различных форм в интервале трансзвуковых скоростей и, в частности, для построения смешанных решений уравнений движения, т. е. решений, состоящих из дозвуковых и сверхзвуковых областей. Наблюдения показывают, что местная сверхзвуковая область быстро расширяется, когда число Маха приближается к единице.

Так, в случае крыла с 12% относительной толщиной экспериментально было найдено, что величина сверхзвуковой зоны в направлении, перпендикулярном к хорде, возрастает от нуля до 28% длины хорды, если число Маха потока возрастает от 0,795 до 0,844 и достигает 46% длины хорды при $M = 0,875$. Соответствующие значения максимальных местных чисел Маха на поверхности крыла будут 1; 1,147 и 1,189.

Теоретические вычисления были успешны только в некоторых простых случаях, при этом потребовалась большая аналитическая и вычислительная работа. Линейная теория возмущений не пригодна в трансзвуковой области. Чтобы получить упрощение уравнений движения, нужно их рассмотреть с новой точки зрения. Как уже указывалось, линейная теория основана на предположении, что все скорости, создаваемые присутствием движущегося тела, малы как в сравнении со скоростью полета, так и в сравнении со скоростью звука. Однако, если тщательно проследить вывод линеаризованного уравнения, то можно заметить, что при этом делается также предположение, что скорость возмущения должна быть мала относительно разности между скоростями полета и звука. В трансзвуковом случае это предположение неприменимо и должно

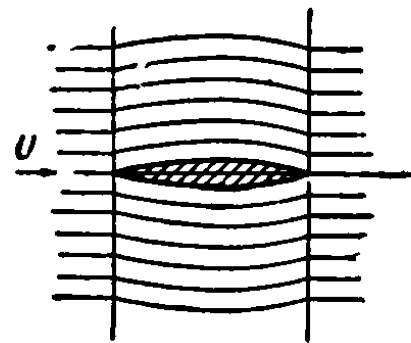
быть заменено новым предположением, что все скорости, включая скорость основного потока, будут незначительно отличаться от скорости звука.

Непригодность линейной теории можно иллюстрировать явно неверным результатом, который имеет место при $M = 1$, на фиг. 26. Из чертежа видно, что все линии тока имеют одну и ту же кривизну. Следовательно, согласно элементарным законам динамики, в этом случае разность между давлением на профиль и давлением в бесконечности должна быть бесконечно большой. Новое допущение приводит к упрощению уравнений движения и позволяет рассчитывать на получение хороших результатов при сравнительно небольших математических вычислениях. Кроме того, оно дает простое правило подобия для трансзвукового потока, обтекающего тела или крылья, в известном смысле подобных по толщине, кривизне и распределению угла атаки. Например, в случае плоского потока, обтекающего симметричный профиль, получается правило, согласно которому для получения подобных условий в потоках, обтекающих профили с подобным распределением толщин, следует величину $1 - M$, т. е. разность между единицей и действительным числом Маха полета, менять пропорционально отношению толщины к хорде в степени две трети¹.

Согласно этому правилу, экспериментальные кривые сопротивления, построенные для профилей с различными относительными толщинами, приводятся к одной единственной кривой, определяемой уравнением

$$C_D = \frac{1}{M^2} \left(\frac{t}{c}\right)^{2/3} D(K) \quad \left(K = \frac{(t/c)^{1/3}}{\sqrt{1-M^2}} \right)$$

¹ Этот результат и упрощенные уравнения движения в русской литературе опубликованы С. В. Фальковичем. (Прим. перев.)



Фиг. 26. Поток при звуковой скорости по линейной теории.

Повидимому, это правило подтверждается некоторыми экспериментами, проведенными в трансзвуковой области. Коэффициент подъемной силы весьма тонкого профиля (плоская пластинка) следует закону, который может быть представлен формулой

$$C_L = \frac{1}{M^2} i^{2/3} L(\beta) \quad \left(\beta = \frac{i^{1/3}}{\sqrt{1-M^2}} \right)$$

где i означает угол атаки.

Если правило подобия применить к скорости звука, то сопротивление симметричного профиля будет пропорционально относительной толщине в степени пять третей, а коэффициент подъемной силы тонкого профиля при скорости звука пропорционален углу атаки в степени две трети.

Проблема трансзвукового потока вызывает много интересных вопросов, которые до сих пор не разрешены ни экспериментально, ни теоретически. Например, остается под вопросом возможность существования решения уравнения, соответствующего установившемуся течению около тела, когда скорость набегающего потока предполагается точно равной скорости звука¹. Очевидно, что такое решение не может существовать, если поток заключен между параллельными поверхностями.

Другой проблемой, имеющей, может быть, более важное практическое значение, является ускоренное или замедленное движение в трансзвуковой области и при скорости звука. В теории несжимаемой жидкости присоединенная масса тела является в известной степени мерой массы воздуха, получившего ускорение вследствие движения тела. Естественно предположить, что этот эффект быстро возрастает, когда скорость приближается к скорости звука. Проблема ускоренного движения имеет разнообразные практические приложения. Она связана, например, с теорией колебания кры-

¹ Решение этой задачи в настоящее время дано в русской литературе Ф. И. Франклем. (Прим. перев.)

ла и теорией флятера. Она связана также с оценкой экспериментов метательного характера, предпринимаемых для определения аэродинамических характеристик тела в трансзвуковой области и заменяющих измерения в аэродинамических трубах, которые становятся сомнительными при трансзвуковых скоростях.

Однако с точки зрения практики наиболее важными вопросами являются: определение сечений крыла, формы в плане и формы профилей, способствующих задержке критических явлений, именно возрастание сопротивления и падения подъемной силы при числах Маха, приближающихся к единице. Известно, что одним из важных приемов для достижения этого является использование большой стреловидности; основная идея этого приема заключается в уменьшении эффективного числа Маха потока, которое предполагается равным числу Маха составляющей скорости полета, нормальной к передней кромке крыла. Тщательное исследование трансзвуковых явлений для стреловидных крыльев также важно при сверхзвуковых полетах, так как стреловидность создает трансзвуковые условия полета на некоторых частях крыла, даже если число Маха много больше, чем единица.

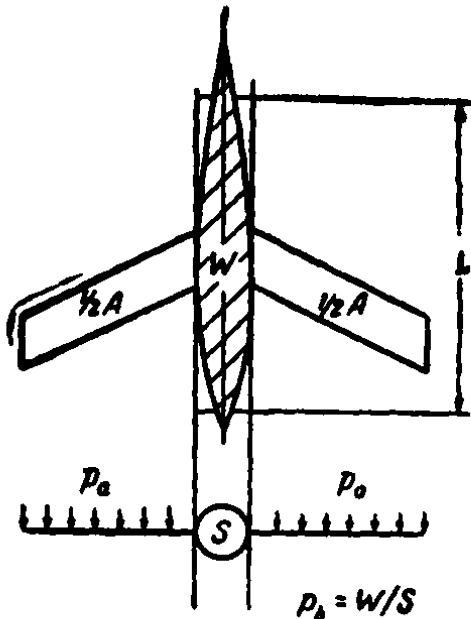
14. ПРОСТОЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЕТА СВЕРХЗВУКОВЫХ САМОЛЕТОВ

Согласно формуле Бреге дальность полета зависит от трех величин: (а) от расхода горючего на единицу полезной работы, включая термодинамическую, механическую и движительную отдачи; (b) от отношения подъемной силы к сопротивлению; (с) от отношения начального полетного веса к весу самолета без горючего.

Первая величина зависит от дальнейшего развития двигателей и не рассматривается в этой статье. Третья величина, существенным образом связанная с проектированием конструкции самолета, также выпадает из рамок этого рассмотрения. Изучение второго параметра, а именно отношения подъемной силы к полному сопро-

тивлению всего самолета, представляет собой в основном задачу аэродинамики.

В случае сверхзвуковых самолетов дальность полета в большой степени зависит от решения «проблемы объема», т. е. способности конструктора обеспечить соответствующий объем для горючего. Разумеется, то же самое имеет место при проектировании транспортных самолетов дальнего действия с дозвуковыми скоростями.



Фиг. 27. Комбинация крыльев и тела.

При сверхзвуковом полете значение проблемы объема для аэродинамической отдачи плана весьма сильно возрастает из-за большой нагрузки на крыло. Другими словами, сверхзвуковой самолет принимает форму большого тела с небольшими крыльями и отношение подъемной силы к сопротивлению становится менее благоприятным.

Следующее, хотя и грубое, простое вычисление может иллюстрировать это обстоятельство. Обозначим площадь крыльев (фиг. 27) через A , а лобовое сечение фюзеляжа через S . Пусть C_D и C_L будут соответственно коэффициенты сопротивления и подъемной силы крыла, отнесенные к его площади; обозначим далее через C_{Df} коэффициент лобового сопротивления фюзеляжа, отнесенный к площади лобового сечения. Тогда результирующее отношение сопротивления к подъемной силе всего самолета будет равно

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{Dw}}{C_L} + \frac{C_{Df}S}{C_L A} \quad (14.1)$$

Теперь можно дать выражение подъемной силы, уравновешивающей вес тела (весом крыльев пренебрегаем). Положим, что вес тела равен произведению SLw , где L - некоторая приведенная длина фюзеляжа,

а w — средний удельный вес фюзеляжа с полной нагрузкой и горючим. Тогда будем иметь уравнение

$$SLw = \frac{\rho U^2}{2} AC_L \quad (14.2)$$

Принимая во внимание определение числа Маха и формулу для скорости звука, получим

$$SLw = \frac{\gamma M^2}{2} p_a AC_L \quad (14.3)$$

Подставляя (14.3) в (14.1), найдем

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{Dw}}{C_L} + \frac{\gamma M^2}{2} \frac{p_a}{Lw} C_{Df} \quad (14.4)$$

В этих уравнениях p_a есть внешнее давление, соответствующее высоте полета. Очевидно, что Lw равно весу фюзеляжа на единицу площади лобового сечения. Эту величину можно назвать нагрузкой на поперечное сечение фюзеляжа. Из уравнения (14.4) видно, что величина результирующего отношения сопротивления к подъемной силе существенно зависит от отношения внешнего давления к нагрузке на поперечное сечение фюзеляжа. Другими словами, дальность сверхзвукового самолета можно значительно увеличить уменьшением внешнего давления и увеличением поперечной нагрузки на фюзеляж.

Уменьшение внешнего давления означает большую высоту. Увеличение поперечной нагрузки на фюзеляж может быть достигнуто более уплотненной нагрузкой, употреблением горючего с высоким удельным весом и, наконец, увеличением общих размеров самолета. Известно, что вес возрастает пропорционально третьей степени, а площадь лобового сечения — пропорционально второй степени линейных размеров. Следовательно, поперечная нагрузка на фюзеляж при одинаковых прочих условиях возрастает пропорционально линейным размерам самолета.

Результат, выраженный уравнением (14.4), замечателен в том отношении, что в области дозвуковых скоростей высота полета не имеет существенного влия-

ния на дальность; скорость и величина самолета также оказывают второстепенное влияние. Влияние скорости полета на дальность в сверхзвуковом случае представлено в уравнении (14.4) количеством

$$\frac{\gamma}{2} M^2 C_{Df}$$

это произведение имеет пологий минимум между числами Маха $M = 1,5$ и $M = 2$.

Если перейти к крайне большим высотам, то нагрузка на крыло сильно убывает и соотношение между крыльями и фюзеляжем становится более обычным. Таким образом, для самолета больших размеров и для весьма больших высот летящее крыло вновь приобретает свои преимущества и в анализ следует включить объем крыла, которым пренебрегалось в предшествующем рассмотрении.

Применение крыльев обычной конструкции в сверхзвуковом полете может быть ограничено необходимостью применять тонкие сечения при сверхзвуковых скоростях. С другой стороны, в случае большой стреловидности эта необходимость не является настоящей и возникает большая свобода в выборе сечений. Треугольная форма также оказывается подходящей для проектирования летающих крыльев и может сочетать малую относительную толщину с относительно большим объемом.

Автор не считает возможным заниматься численными оценками на основе приближенного метода, представленного в этом разделе. В действительности расчет должен включать вычисления ускорения и скорости подъема при прохождении через область трансзвуковых скоростей.

В подобном расчете читатель сам может воспользоваться численными значениями, которые он считает наиболее реальными, и получить более убедительные ответы.

Автор будет удовлетворен, если его общие соображения вызовут дальнейшее развитие сверхзвуковой аэродинамики.

Автор рад признать содействие и помощь, полученную от своих друзей и молодых учеников, с которыми он обсуждал вопросы, изложенные в этой статье. Они оказали большую помощь не только в вычислениях и подготовке диаграмм, но и в выяснении некоторых основных сторон изложенных проблем. Автор считает необходимым особо поблагодарить Г. С. Тзяна, В. Хайса, С. С. Чанга и В. Перл. Далее А. С. Чартерс и Г. В. Липман любезно предоставили некоторые результаты своих исследований, приведенные в разделах 10 и 12. Соображения, приведенные в последнем разделе, получены автором в обсуждениях с Г. Л. Драйденом и Г. Б. Шубауером. Наконец, за некоторые литературные источники автор обязан Р. С. Робертсу.

ИЗ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ПО ДОКЛАДУ КАРМАНА

Френсис Клаузер (Francis H. Clauser, Department of Aeronautics, Johns Hopkins University). В разделе II о трансзвуковых проблемах докладчик, следуя Тзяну, определяет верхние и нижние критические числа Маха. Я хотел бы остановиться на вопросе их интерпретации. Нижнее критическое значение соответствует появлению местной скорости, равной скорости звука. Верхнее критическое значение числа Маха соответствует пределу, выше которого невозможно непрерывное течение. Несомненно, такой верхний предел существует для реальной жидкости; не приходится сомневаться в существовании верхнего предела даже для невязкой жидкости, хотя его существование в этом случае, насколько мне известно, строго никогда не было установлено.

Чтобы показать возможность существования такого предела, докладчик указал, что «если число Маха будет возрастать далее (за первое критическое число Маха), то по крайней мере в одной точке обтекаемой поверхности возникнет бесконечное ускорение и за пределом достигнутого числа Маха непрерывное решение будет невозможно».

Действительно, все полученные до сих пор решения, обнаруживавшие эту особенность, были решениями, в которых геометрические границы менялись с числом Маха таким образом, что при указанном выше пределе в точке на поверхности крыла, в которой появлялось бесконечное ускорение, кривизна обращалась в бесконечность. Ясно, что это не является ответом на задачу о верхнем предельном числе Маха для крыла с заданным контуром, кривизна которого конечна. Физически мыслимо, что некоторый класс крыльев может иметь верхний предел такого типа, при котором возникающие волны сжатия присоединяются к поверхности (и отражаются таким образом, что кривизна остается конечной). Однако крылья, симметричные относительно оси, перпендикулярной к хорде, не принадлежат к этому классу. Если крылья подобного

типа обладают верхним предельным числом Маха, то появление его вызывается другими причинами, а не появлением бесконечного ускорения в некоторой точке поверхности.

Эти замечания относятся только к невязкой жидкости, для которой мы должны решить задачу как существования, так и единственности обтекания, прежде чем сможем разобраться в проблеме реальной жидкости.

Джон Стэк (John Stack, Superconic Research Langley Memorial Aeronautical Laboratory, NASA). Изложение теоретических основ сверхзвуковой аэродинамики, данное Карманом, может служить надежным руководством в работе инженера. По значению этот доклад можно сравнить с работой Прандтля «Приложение современной гидродинамики к авиации», написанной двадцать пять лет назад. Подобно тому, как эта известная статья Прандтля в свое время наметила для инженеров направление в развитии дозвуковой авиации, настоящий доклад Т. Кармана намечает направление в развитии сверхзвуковой авиации. Работа Прайдтля появилась в 1921 г., однако прошло несколько лет, прежде чем содержащиеся в ней идеи нашли свое отражение при конструировании самолетов. Не следует допускать, чтобы история повторилась.

Теоретические основы сверхзвуковых течений, подробно изложенные Карманом, не должны заслонять основные проблемы в этой области. Следует надеяться, что подобно тому, как известная статья Прайдтля вызвала теоретические исследования Мунка, Глауэрта и многих других, так идеи, приведенные в этом докладе, вызовут подобное же развитие сверхзвуковой теории. Докладчик отметил, что инженер в настоящее время должен иметь такое же представление об обстоятельствах, связанных со сверхзвуковым полетом, каким он обладает в области дозвуковых скоростей.

Однако это представление может складываться в течение долгого времени, так как сверхзвуковой поток ведет себя совершенно отлично от дозвуковых течений. Например, утолщение пограничного слоя вдоль задней части плоского сверхзвукового крыла уменьшает волновое сопротивление и может в некоторых случаях привести к тому, что сумма волнового сопротивления и поверхностного трения будет меньше, чем теоретически вычисленное сопротивление; это совершенно противоположно тому, что встречается в дозвуковой области. Проблема полного взаимодействия также различно проявляется вследствие различных знаков в выра-

жениях скорости изменения площади поперечного сечения трубки тока, соответствующих сверхзвуковой и дозвуковой области.

Таким образом, уже в ближайшем будущем инженер будет вынужден отказаться от дозвуковых представлений и руководствоваться теоретическими основами акустики при изучении профилей и форм, которые вызывают лишь малые возмущения. В связи с этим полезно заметить, что формы лучших дозвуковых самолетов имеют малые или вообще пренебрежимые индуктивные скорости, при которых применима линейная теория. Может случиться, что при постройке хороших авиационных машин инженер будет иметь весьма малую пользу от «точной» теории, допускающей большие возмущения.

Среди многих нерешенных задач проблема турбулентного пограничного слоя представляется одной из наиболее трудных. Карман отметил, что проблемы турбулентного пограничного слоя и турбулентного отрыва не решены даже для несжимаемого потока. Что касается ударной волны, или, в первом приближении, весьма большого обратного градиента давления (теоретически бесконечного), то большое значение в решении трансзвуковых и сверхзвуковых течений будет иметь исследование пограничного слоя в дозвуковой области. Для получения решения достаточно быстро в силу сложности проблемы турбулентного пограничного слоя, может быть, даже желательно избежать усложнений, вызываемых ударной волной в большинстве основных исследований.

Трансзвуковая проблема представляет собой комбинацию нерешенных задач ударных волн и пограничного слоя. Ответом инженера на это является стреловидное и треугольное крыло. Действительно, стреловидность увеличивает критическое число Маха; при достаточно большой стреловидности и малой относительной толщине крыла критическое число Маха может возрасти до сверхзвуковых значений, при которых снова произойдет возмущение потока. Однако известное для обыкновенных крыльев явление интенсивного прямого скачка и связанное с ним возмущение пограничного слоя в случае стреловидного крыла заменяется весьма ослабленными возмущениями. Существенным с точки зрения инженера является то обстоятельство, что при большой стреловидности область критических чисел Маха, вообще говоря, лежит вне части трубы, наиболее подверженной явлениям «запирания»; таким образом, для исследований могут быть применимы лабораторные методы, а более дорогие и длительные полетные методы

использованы только для проверки. Для аэродинамических исследований в трубках весьма важно развитие новой техники, уменьшающей ограничения, связанные с явлениями «запирания».

Проблема взаимодействия ударных волн и пограничного слоя, которая интенсивно изучалась, в частности, в течение нескольких последних лет, как заметил Карман, попрежнему далека от решения. Было показано, что число Рейнольдса имеет большое влияние на характер скачка и связанное с ним возмущение пограничного слоя. Однако число Рейнольдса не является единственным критерием. Линдзи (Lindsey) показал, что при одном и том же числе Рейнольдса лямбдаобразные и прямые скачки зависят от кривизны поверхности.

Эта задача является весьма важной. Для исследования ее имеет большое значение развитие теорий смешанных течений даже без учета вязкости; такая теория позволит провести более определенные исследования в явлениях пограничного слоя. Допущения, введенные Карманом, и правило подобия являются важными результатами в этом направлении.

Докладчик подчеркнул необходимость экспериментального изучения гидродинамических элементов на контрольной поверхности. Отсутствие соответствующих сведений заставляет обращаться к теории, которая приводит к некоторым отклонениям, зависящим от числа Маха; критические явления могут происходить вследствие приближения числа Маха к единице на нижней стороне несущей поверхности. При всех экспериментах особое внимание следует уделять этим явлениям.

Роберт Т. Джонс (Robert T. Jones, Ames Aeronautical Laboratory, NASA). Повидимому, в отношении использования эффекта стреловидности можно сделать более полные практические заключения. Стремление к исчезновению волнового сопротивления в случае длинного стреловидного крыла иллюстрируется результатами вычислений. Это обстоятельство вместе с другими принципами подчеркнуто в последней части доклада для использования при конструировании.

Другой эффект стреловидности, который недостаточно оценен, представляет собой влияние вязкости потока. Согласно уравнениям Навье-Стокса наклонный вязкий поток, рассмотренный в сечении, перпендикулярном оси крыла, окажется зависящим от числа Рейнольдса и угла атаки, вычисленных для составляющей

скорости в этом сечении. Эти обстоятельства ведут не только к возможности увеличения площади ламинарного течения на поверхности стреловидного крыла, но, к несчастью, также к очень низким значениям максимума коэффициента подъемной силы.

В отношении нового правила подобия для потока вблизи скорости звука возникает вопрос, насколько это правило зависит от предположения двумерности потока. При линейной теории по этому правилу влияние удлинения и формы в плане возрастает при числе Маха, приближающемся к единице. Это указывает, что трехмерный поток вокруг стреловидного крыла вблизи числа Маха, равного единице, более подходяще описывается двумерным течением в плоскости, перпендикулярной направлению полета, чем двумерным течением, взятым в обычном смысле. Расширение правила подобия на пространственный поток может привести к интересным результатам.

В. Белли Освальд (W. Bailey Oswald, Douglas Aircraft Company). Проблемы полетов с небольшими и большими дозвуковыми скоростями можно считать в настоящее время разрешенными. Очевидно, что следующий важный этап в развитии авиации состоит в переходе к полетам со сверхзвуковыми скоростями. Настоящий подробный доклад Кармана об основных принципах и приложениях сверхзвуковой аэродинамики появился как раз вовремя: он поможет выяснению путей для дальнейшего развития аэродинамики.

Я хочу остановиться кратко на некоторых мыслях, которые возникли у меня в связи с докладом, как у аэродинамика, связанного в течение многих лет непосредственно с проектированием самолетов.

Карман указал три основных правила сверхзвуковой аэродинамики; они имеют большое значение для рассмотрения сверхзвуковых течений. Следует отметить, что зависимость между площадью и скоростью также является основной. Поэтому указания Карманом правила должны быть дополнены следующим: линии тока в сверхзвуковом потоке расходятся при возрастании скорости течения и сходятся при убывании скорости течения; если поток возникает из дозвукового, то переход к сверхзвуковой скорости происходит при минимальном сечении. Это соотношение между площадью и скоростью противоположно тому, что наблюдается в дозвуковых течениях.

Математические результаты в сверхзвуковой области во многих отношениях сходны с теми, которые имеются в области дозвуковых скоростей. Это, в частности, справедливо в отношении распределения давления и, следовательно, для подъемной силы, момента и сопротивления. Экспериментальные результаты находятся в согласии с теоретическими вычислениями, по крайней мере настолько, насколько конструктор привык это ожидать. Многое в дозвуковых течениях еще не решено аналитически, но это обстоятельство не препятствует конструированию хороших самолетов. Большинство результатов испытаний в сверхзвуковой области показывает, что обычная поляра и диаграмма устойчивости весьма похожи на подобные же характеристики для дозвуковых конструкций. Анализируя изложенные в докладе основы сверхзвуковой аэродинамики и согласие между теорией и экспериментом, можно прийти к заключению, что возможность реального полета со сверхзвуковыми скоростями будет скоро осуществлена конструкторами. Однако это требует таких же усилий, какие были вложены в развитие конструкций дозвукового типа.

Важно подчеркнуть, что при сверхзвуковых скоростях во все формулы волнового сопротивления относительная толщина профиля входит в квадрате. При относительной толщине профиля в 4% для числа Маха, равного двум, волновое сопротивление крыла приблизительно равно сопротивлению трения; при увеличении относительной толщины волновое сопротивление очень быстро возрастает.

Большое значение имеет изучение поверхностного трения, действия пограничного слоя, взаимодействия его с ударными волнами и их взаимного влияния на отрыв. Очевидно, что хороший сверхзвуковой самолет не должен иметь большого волнового сопротивления, так как поверхностное трение попрежнему будет составлять основную часть сопротивления; недопустимы также какие-либо отрывы. Таким образом, крайне необходимы теоретические и экспериментальные исследования ламинарного и турбулентного пограничных слоев при различных числах Рейнольдса для трансзвуковых и сверхзвуковых скоростей.

Необходимо остановиться на проблеме полета в трансзвуковой области, когда число Маха близко к единице и изменение давления распространяется со скоростью, близкой к скорости полета. Однако движение от состояния покоя, прежде чем достичь сверхзвуковых условий, проходит через трансзвуковые скорости.

Проблемы сверхзвуковой аэродинамики представляются более ясными, чем аналогичные проблемы трансзвуковой аэродинамики. Некоторые теоретические и экспериментальные работы в этой области проделаны, однако результаты во многих пока не совпадают. Такие приемы, как использование стреловидности, треугольные крылья и управление пограничным слоем, могут быть полезны для преодоления трудностей, однако надежные теоретические и экспериментальные результаты необходимы для безопасного управляемого полета при преодолении трансзвуковой области. Весьма возможно, что трудности полета через трансзвуковую область не будут иметь такого значения при соответствующем знании соотношений размеров самолета.

Проблемы конструирования сверхзвуковых снарядов и самолетов совершенно различны. Обычно снаряды могут быть конструированы в расчете на сверхзвуковые скорости, которых они достигают весьма быстро. При конструировании сверхзвуковых самолетов требования взлета и посадки усложняют задачу, так как приходится создавать машину для трех областей полета: дозвуковой, трансзвуковой и сверхзвуковой. Если к этому присоединить современные требования устойчивости и управляемости, то становятся очевидными те трудности, которые приходится преодолевать при окончательном согласовании всех условий предъявляемых к сверхзвуковой машине.

ЛИТЕРАТУРА

Сжимаемая жидкость и общая сверхзвуковая аэродинамика

- Зауер Р., Введение в газовую динамику; перев. с нем Г. А. Вольперта, Гостехтеоретиздат, М.—Л., 1947, стр. 228.
- Тэйлор Г. И. и Макколл Дж. В., Механика сжимаемых жидкостей; в книге: «Аэродинамика», под общей ред. В. Ф. Дюреида, т. III, перев. с англ. В. М. Абрамова, под ред. В. В. Голубева, Оборонгиз, М.—Л., 1939.
- Askeret J., *Gasdynamik, Handbuch der Physik*, Bd. 7, chap. 5, Springer, Berlin, 1927.
- Busemann A., *Gasdynamik, Handbuch der Experimentalphysik*, Bd. 4, Teil I, Akademischer Verlage, Leipzig, 1931.
- Liepmann H. W. and Puckett A. E., *Introduction to the Aerodynamics of Compressible Fluids*, John Wiley, New York, 1947.
- Lamb H., *On Wave Propagation in Two Dimensions*, Proc. London Math. Soc. (1), vol. 35, p. 141, 1902. (См. также Ламб Г., Гидродинамика; перев. с 6-го англ. изд. А. В. Гермогенова и В. А. Кудрявцева, под ред. Н. А. Слезкина, ОГИЗ, Гостехтеоретиздат, 1947.)
- Рэлей Дж., Теория звука, том II; пер. с англ. Н. Н. Успенского и С. А. Каменецкого, ОГИЗ, Гостехтеоретиздат, М.—Л., 1944.
- Friedrichs K. O., *Fluid Dynamics*, Brown University, 1941. (Литографированное изд.)
- Hadamard J., *Leçons sur la propagation des ondes, Note III— Sur les tourbillons produit par les ondes de choc*, p. 362, A. Hermann, Paris, 1903.
- Карман Т., Проблема сопротивления в сжимаемой жидкости, Сб. «Газовая динамика»; доклады на конференции по большим скоростям в авиации в Риме в 1935 г., пер. Н. Т. Швейковского, Гостехтеоретиздат, М.—Л., 1939.

* Литература, указанная ниже в каждом разделе после звездочек, добавлена при переводе.

- Ferrari C., Dynamics of Compressible Fluids at Supersonic Velocities, Pontificia Accademia delle Scienze, Rome, Acta, 1937, vol. 1, Nr 4, p. 29—35.
- Ferrari C., Fields of Motion in Compressible Fluids, L'Aerotecnica, vol. 18, No. 4, pp. 400—411, April 1938.
- Ferrari C., Determinazione della pressione sopra solidi di rivoluzione a prora acuminata disposti in deriva in corrente di fluido compressibile a velocità ipersonara, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, vol. 72, pp. 140—163, 1936.
- Ferrari C., Sulla determinazione del profilo di minima resistenza d'onda, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, vol. 74, pp. 675—693, pp. 61—96, 1939.
- Prandtl L., Busemann A., Näherungsverfahren zur zeichnerischen Ermittlung von ebenen Strömungen mit Überschallgeschwindigkeit, p. 499, Stodola Festschrift, Zurich, 1929.
- Прандтль Л., Общие теоретические соображения о движении сжимаемой жидкости, Сб. «Газовая динамика»; доклады на конференции по большим скоростям в авиации в Риме в 1935 г. перев. Н. Т. Швейновского, Гостехтеоретиздат, М.—Л., 1939.
- Meyer T., Über Zweidimensionale Bewegungsvorgänge in einem Gas das mit Überschallgeschwindigkeit strömt, Forschungsarbeiten des Ingenieurwesens, 62, 1908.
- Stack J., Compressible Flows in Aeronautics, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 12, No. 2, pp. 127—143, April, 1945.
- Kármán T., Compressibility Effects in Aerodynamics, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 8, No. 9, pp. 337—356, July, 1941.
- Sauer R., Introduction into the Theory of Compressible Fluid Dynamics, Engineers, Digest., pp. 297—302, June, 1946.
- Hilton W. F., Compressibility Effects in Aeronautics, the Aeroplane, April 7, 1944; April 14, 1944; April 21, 1944.
- Dalitz R. H., Some Mathematical Aspects of Compressible Flow., Australian Council for Aeronautics, Report 20, January 1946.
- Jacob Caius, Sur les mouvements lents des fluides parfaits compressibles, Portugaliae Mathematica, vol. 1, No. 3, 1939.
- Kármán T., Some Investigations on Transsonic and Supersonic Flow., Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.

- Theodorsen T., The Reaction of a Body in a Compressible Fluid, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 4, No. 6, pp. 239—240, April 1937.
- Rott N., Linear Gas Dynamics and Acoustics, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Prandtl L., Die Rolle der Zusammendrückbarkeit bei der strömenden Bewegung der Luft, Schriften der Deutschen Akademie der Luftfahrtforschung, Heft 30, 1938.
- Meyer R. E., The Method of Characteristics for Problems of Compressible Flow Involving Two Independent Variables, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Crocco L., Eine neue Stromfunktion für die Erforschung der Bewegung der Gase mit Rotation, ZAMM, Bd. 17, p. 1, 1937.
- Vazsonyi A., On Rotational Gas Flows., Quart. Appl. Math., vol. 3, No. 1, April, 1945.
- Smith C. B., Introductory Notes on Supersonic Aerodynamics, Research Dept. Report, No. R-2100-3, United Aircraft Corp. East Hartford. Conn.
- Kármán T., Supersonic Aerodynamics, Notes on a series of six lectures delivered at M. I. T. seminar, Prepared by J. N. Ball, Jr. Chance Vought Aircraft. Stratford. Conn., April 15, 1947.
- Kármán T., Aero-Thermodynamics, Notes on lectures delivered at Columbia University in a Spring Semester of 1947

* * *

- Кибель И. А., Теоретические основы газовой динамики; в книге Н. Е. Кочина, И. А. Кибель, Н. В. Розе «Теоретическая гидромеханика», под ред. Н. Е. Кочина, ч. 2, изд. второе. ОГИЗ, Гостехтеоретиздат, М.—Л., 1941.
- Франкль Ф. И., Христианович С. А., Алексеева Р. Н., Основы газовой динамики, Труды ЦАГИ, вып. 364, 1938.
- Ландау Л. и Лившиц Е., Механика сплошных сред, Гидродинамика и теория упругости, ОГИЗ, ГТТИ, М.—Л., 1944.
- Звельдович Я. Б., Теория ударных волн и введение в газовую динамику, изд. АН СССР, М.—Л., 1946, стр. 185.
- Христианович С. А., Симонов Л. А., Гальперин В. И., Прикладная газодинамика, ч. 1, литографированное изд Московского механического института, 1947.

Линейная теория возмущений

Тонкие тела и крылья

- Prandtl L.**, Theorie des Flugzeugtraglügels im zusammendrückbaren Medium, Jahrbuch 1937 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. 1—14; также Luftfahrtforschung, vol. 13, No. 10, pp. 313—319, October 13, 1936.
- Kármán T.**, Neue Darstellung der Tragflügeltheorie, ZAMM, Bd. 15, No. 1-2, pp. 56—61, 1935.
- Буземан А.**, Подъемная сила при сверхзвуковых скоростях, «Газовая динамика»; доклады на конференции по большим скоростям в авиации в Риме в 1935 г., перев. Н. Т. Швейковского, Гостехтеоретиздат, 1939.
- Küssner H. G.**, Allgemeine Tragflächentheorie, Luftfahrtforschung, vol. 17, pp. 370—378, 1940.
- Lighthill M. J.**, The Supersonic Theory of Wings of Finite Span., British A.R.C., R. & M, No. 2001, 1944.
- Schlichting H.**, Tragflügeltheorie bei Überschallgeschwindigkeit, Jahrbuch 1936 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. 181—197; также Luftfahrtforschung, vol. 13, pp. 320—335, 1936.
- Bonney E. A.**, Aerodynamic Characteristics of Rectangular Wings at Supersonic Speeds, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 14, No. 2, p. 110, February 1947.
- Ackeret J.**, Luftkräfte auf Flügel die mit grösserer als Schallgeschwindigkeit bewegt werden, ZFM, vol. 16, pp. 72—74, 1925.
- Taylor G. I.**, Application to Aeronautics of Ackeret's Theory of Airfoils Moving at Speeds Greater Than That of Sound., British ARC, R & M, No. 1467, 1932.
- Ackeret J.** Über Luftkräfte bei sehr grossen Geschwindigkeiten, insbesondere bei ebenen Strömungen, Helvetia Physica Acta, vol. 1, pp. 301—322, 1928.
- Busemann A., Walchner O.**, Profileigenschaften bei Überschallgeschwindigkeit, Forschung aus dem Gebiet d. Ing. Wesens., vol. 4, pp. 87, 1933.
- Puckett A. E.**, Supersonic Wave Drag of Thin Airfoils, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 13, No. 9, pp. 475—484, September 1946.
- Ivey, H. Reese**, Notes on the Theoretical Characteristics of Two-Dimensional Supersonic Airfoils, NACA TN., No. 1179, February 1947.

- Ivey, H. Reese, Stickle, George W. and Schuettler, Alberta, Charts for Determining the Characteristics of Sharp-Nose Airfoils in Two-Dimensional Flow at Supersonic Speeds, NACA T.N., No. 1143, 1947.
- Busemann A., Infinitesimale kegelige Überschallströmung, Sonderdruck, Jahrbuch 1942—1943 der Deutschen Akademie der Luftfahrtforschung, vol. 7B, No. 3, pp. 105—122, 1943.
- Jones Robert T., Properties of Low-Aspect-Ratio Pointed Wings at Speeds Below and Above the Speed of Sound, NACA T. N., No. 1032, 1946.
- Hayes W. D., Linearized Conical Supersonic Flow, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946. Paris.
- Hayes W. D., Linearized Supersonic Flows with Axial Symmetry. Quart. Appl. Math., vol. 4, pp. 255—261, 1946.
- Sauer R., Überschallströmung um beliebig geformte Geschosspitze unter kleinem Anstellwinkel. Luftfahrtforschung, Bd. 19, pp. 148—152, 1942.
- Eartels R. C. F. and Laporte O., Investigation of the Supersonic Flow over Conical Bodies with Angles of Attack or Yaw By Means of the Linearized Theory, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Tsien H. S., Supersonic Flow Over an Inclined Body of Revolution, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 5, No. 2, pp. 480—483, October 1938.
- Stewart H. J., The Lift of a Delta Wing at Supersonic Speeds. Quart. Appl. Math., vol. 4, pp. 246—254, 1946.
- Kármán T. and Moore N. B., The Resistance of Slender Bodies Moving with Supersonic Velocities with Special Reference to Projectiles, Trans. ASME, vol. 54, pp. 303—310, 1932.
- Jones R. T. and Margolis K., Flow over a Slender Body of Revolution at Supersonic Velocities, NACA T. N., No. 1081, 1946.
- Lighthill M. J., Supersonic Flow Past Bodies of Revolution, British ARC, R & M, No. 2003, 1945.
- Ferrari C., Campi di Corrente Ipersonora Attorno a Solidi di Rivoluzione, L'Aerotecnica, vol. 17, pp. 507—518, 1937.
- Brown Clinton E., Theoretical Lift and Drag of Thin Triangular Wings at Supersonic Speeds, NACA T. N., No. 1183, 1947.
- Laitone E. V., The Subsonic and Supersonic Flow Fields of Slender Bodies, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.

- Jones R. T., Wing Planforms for High-Speed Flight, NACA T. N., No. 1033, 1946.
- Jones R. T., Thin Oblique Airfoils at Supersonic Speed, NACA T. N., No. 1107, September 1946.
- Glauert H., The Effect of Compressibility on the Lift of Airfoils, Proc. Roy. Soc. (A), vol. 118, p. 113, 1927.
- Tsien H. S. and Lees L., The Glauert-Prandtl Approximation for Subsonic Flows of a Compressible Fluid, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 12, No. 2, pp. 173 ff., April 1946.
- Goldstein S. and Young A. D., The Application of the Linear Perturbation Theory of Compressible Fluid to Wind Tunnel Interference, British ARC, R. & M, No. 1909, 1943.
- Hantsche W. und Wendt H., Der Kompressibilitätseinfluss für dünne wenig gekrümmte Profile bei Unterschallgeschwindigkeit, ZAMM, Bd. 22, Nr. 2, 1942.
- Беленький С. З., О волновом сопротивлении тел в сверхзвуковом потоке, ПММ, 1944, т. VIII, вып. 1, стр. 84—87.
- Донов А., Плоское крыло с острыми кромками в сверхзвуковом потоке, Известия Академии Наук СССР, сер. математическая, 1939, т. III, вып. 5—6, стр. 603—626.
- Симонов Л. А. и Христианович С. А., Влияние сжимаемости на индуктивные скорости крыла и винта, ПММ, 1944 т. VIII, стр. 89—98.

* * *

- Галин Л. А., О крыле конечного размаха в сверхзвуковом потоке, ПММ, 1947, т. XI, вып. 3, стр. 391—394.
- Галин Л. А., Крыло прямоугольной формы в плане в сверхзвуковом потоке, ПММ, 1947, т. XI, вып. 4, стр. 465—474.
- Гуревич М. И., О подъемной силе стреловидного крыла в сверхзвуковом потоке, 1946, т. X, вып. 4, стр. 513—520.
- Гуревич М. И., Замечания об обтекании треугольного крыла в сверхзвуковом потоке, ПММ, 1947, т. XI, вып. 2, стр. 297—300.
- Гуревич М. И., К вопросу о тонком треугольном крыле, движущемся со сверхзвуковой скоростью, ПММ, 1947, т. XI, вып. 3, стр. 395—396.
- Карпович Е. А. и Франкль Ф. И., Сопротивление стреловидного крыла при сверхзвуковых скоростях, ПММ, 1947, т. XI, вып. 4, стр. 495—496.

- Красильщикова Е. А., Влияние концевых кромок при движении крыла со сверхзвуковой скоростью. Доклады АН СССР, 1947, т. LVIII, № 4 (см. также раздел «Нестационарные течения»).
- Красильщикова Е. А., Влияние вихревой пелены при установившемся движении крыла со сверхзвуковой скоростью. Доклады, 1947, АН СССР, т. LVIII, № 6.
- Фалькович С. В., О подъемной силе крыла конечного размаха в сверхзвуковом потоке, ПММ, 1947, т. XI, вып. 1, стр. 171—176.
- Фалькович С. В., К теории крыла конечного размаха в сверхзвуковом потоке, ПММ, 1947, т. XI, вып. 3, стр. 391—394.

Нелинейные задачи

Метод годографа

- Walchner O., Zur Frage der Widerstandsverringierung von Tragflügeln bei Überschallgeschwindigkeit durch Doppeldeckeranordnung, Luftfahrtforschung, vol. 14, pp. 55—62, 1937.
- Taylor G. I. and Maccoll J. W., The Air Pressure on a Cone Moving at High Speeds, Proc. Roy. Soc. (A), vol. 139, pp. 278—293, 1933.
- Crocco L., Singolarita della corrente gassosa iperacustica nell'intorno di una prora a diedro, L'Aerotecnica, vol. 17, pp. 519—534, 1937.
- Maccoll J. W., The Conical Shock Wave Formed by a Cone Moving at High Speed, Proc. Roy. Soc. of London (A), vol. 159, pp. 459—472, 1937.
- Ferri Antonio, Completed Tabulation in the USA of Tests of 24 Airfoils at High Mach Numbers, NACA, L-143, 1946.
- Ferri Antonio, Supersonic Tunnel Tests of Projectiles in Germany and Italy, NACA, L-152, 1946.
- Lighthill M. J., A Note on Supersonic Biplanes, R & M, No. 2002, October 1944.
- Lighthill M. J., Two-Dimensional Supersonic Airfoil Theory, R. & M, No. 1929, January 1944.
- Hankins G. A., Experiments on Reynolds Number Effect on Projectiles at Supersonic Speeds, NPL Eng. Div., 221/46.
- Maccoll J. W., Investigations of Compressible Flow at Sonic Speeds, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.

- Pack D. C.**, On the Properties of Supersonic Two-Dimensional Free Gas Jets and the Calculation of the Shock Waves Which Occur, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Weibull W.**, Ondes planes de pression aux fronts discontinus, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Ackeret J.**, Shock Waves and the Mechanism of Compressibility Drag, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Liepmann H. W.**, The Interaction Between Boundary Layer and Shock Waves in Transonic Flow, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 13, No. 12, pp. 623—637, December 1946.
- Kaplan C.**, Effect of Compressibility at High Subsonic Velocities on the Lifting Force Acting on an Elliptic Cylinder, NACA T. N., No. 1118, July 1946.
- Wright H. and Donaldson C.**, Comparison of Two-Dimensional Air Flows on a NACA 0012 Airfoil of 1-Inch Chord at Zero Lift in Open and Closed 3-Inch Jets and Corrections for Jet-Boundary Interference, NACA T. N., No. 1055, 1946.
- Emmons H. W.**, The Theoretical Flow of a Frictionless, Adiabatic, Perfect Gas Inside of a Two-Dimensional Hyperbolic Nozzle, NACA T. N., No. 1003, 1936.
- Tsien H. S. and Fejer A.**, A Method for Predicting the Transonic Flow over Airfoils and Similar Bodies from Data Obtained at Small Mach Numbers, GALCIT Report, December 31, 1944.
- Davies D. M.**, Shock Waves in Compressible Flow; An Outline of the Phenomena Occurring in the Transonic Speed Range, Aircraft Eng., pp. 261—263, August 1946.
- Beavan J. A. and Hyde G. A. M.**, Compressibility Increase of Lift and Moment on EC 1250 for Low-Speed CL 0.17, R & M, No. 2055, 14 p. September, 1942.
- Eggink**, A Study of Compression Shocks with Boundary Layer Separation, AAF. Translation No. 1126. 18 p., December 1946.
- Kaplan Carl**, The Flow of a Compressible Fluid Past a Curved Surface, NACA and R & R., No. 3KO2, 1943.
- Kaplan Carl**, The Flow of a Compressible Fluid Past a Circular Arc Profile, NACA, L-216, 69 p., October, 1944.

- Lindsey W. F., Effect of Compressibility on the Pressures and Forces Acting on a Modified NACA 65: 3-019 Airfoil Having a 0.20-Chord Flap. NACA, L-76, January 1946.
- Pearson E. O. *et al*, Effects of Coompressibility on the Maximum Lift Characteristics and Spanwise Load Distribution of a 12-Foot Span Fighter-Type Wing of NACA-230 Series Airfoil Section, NACA, L-51, November 1945.
- Gothert B., Plane and Three-Dimensional Flow at High Subsonic Speeds, NACA T. M., No. 1105, October 1946.
- Beavan J. A. and Hyde G. A. M., Examples of Pressure Distributions at Compressibility Speeds on EC 1250, R & M, No. 2056, September 1942.
- Ackeret J., Feldman F. and Rott N., Investigations of Compression Shocks and Boundary Layers in Gases Moving at High Speed (Mitteilungen aus dem Institut für Aerodynamik an der ETH in Zürich, No. 10), January 1947, NACA T. M., No. 1113, January 1947.
- Wieselberger C., Über den Einfluss der Windkanalbegrenzung auf den Widerstand insbesondere im Bereich der kompressiblen Strömung, Luftfahrtforschung, Bd. 19, стр. 124—128, May 6, 1942.
- Byrne Robert W., Experimental Constriction Effects in High-Speed Wind Tunnels, NACA, L-74, 1946.
- Rhode R. V., Correlation of Flight Data on Limit Pressure Coefficients and Their Relation to High-Speed Burbling and Critical Tail Loads, NACA, L-269, 1946.
- Stack John, Shock-Stalled Flows for Supersonic Type Airfoils at Transonic Speeds, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Hilton W. F. and Pruden F. W., Subsonic and Supersonic High-Speed Tunnel Tests of a Faired Double-Wedge Aerofoil, R & M, No. 2057, December 1943.
- Laitone E. V., Exact and Approximate Solutions of Two-Dimensional Oblique Shock Flow, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 14, No. 1, p. 25, January 1947.
- Du Mond J. W. M. *et al.*, A Determination of the Wave Forms and Laws of Propagation and Dissipation of Ballistic Shock Waves, Acoustical Soc. Amer. J., pp. 97—118, July 1946.

- Pfriem H., The Laws of Reflection of Two-Dimensional Pressure Waves of Large Amplitude, RTP Translation, No. 2200, 18 p. (Forschung, 12, pp. 244—256, September—October 1941).
- Schiller W., the Supercritical Expansion of Compressible Fluids, RTP Translation, No. 1887. (Forschung, pp. 128—137, 1933).
- Martin M. H., A Problem in the Propagation of Shock Quart. Appl. Math, January 1947.
- Guderly G., Starke kugelige und zylindrische Verdichtungsstosse in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzw. Zylinderachse, Luftfahrtforschung, Bd. 19, No. 10. 1942.
- Emmons H. W., Shock Waves in Aerodynamics, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 12, No. 2, pp. 188—194, April 1945.
- Charters A. C., Some Ballistic Contributions to Aerodynamics, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 14, No. 3, p. 155, March 1947.
- Smelt R., Longitudinal Stability and Trim Changes Through the Speed of Sound, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Cope W. F., Calculation of Reynolds Number Effect on Projectiles at Supersonic Speeds, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Tsien H. S. and Kuo Y. H., Two-Dimensional Irrotational Mixed Subsonic and Supersonic Flow of a Compressible Fluid and the Upper Critical Mach Number, NACA T. N., No. 995 May 1946.
- Tsien H. S., the «Limiting Line» in Mixed Subsonic and Supersonic Flow of Compressible Fluids, NACA T. N., No. 961, 1944.
- Molenbrök P., Über einige Bewegungen eines Gases mit Annahme eines Geschwindigkeitspotentials, Archiv der Math. u. Phys. (Grunert-Hoppe), Ser. 2, Bd. 9, S. 157, 1890.
- Tollmien W., Grenzlinien adiabatischer Potentialströmungen, ZAMM, Bd. 21, S. 140—152, 1941.
- Tsien H. S., Two-Dimensional Subsonic Flow of Compressible Fluids, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 6, No. 10, pp. 399. ff., August 1939.
- Lin C. C., On the Extension of the von Kármán-Tsien Method to Two-Dimensional Subsonic Flows with Circulation Around Closed Profiles, Quart. Appl. Math., vol. 4, No. 3, October 1946.
- Coburn N., the Kármán-Tsien Pressure-Volume Relation in the Two-Dimensional Supersonic Flow of Compressible Fluids, Quart. Appl. Math., 1945.

- Чаплыгин С. А., О газовых струях, Ученые записки Московского университета, Отд. Физ-Мат., 1904, вып. 21, стр. 1—121. Перепеч. в полном собр. трудов С. А. Чаплыгина, 1933, т. II, изд. АН СССР, М.—Л.
- Berg L., Velocity Distribution on Wing Sections of Arbitrary Shape in Compressible Potential Flow, NACA T. N., No. 1006, 1946, также T. N., No. 1012, 1946.
- Bergman S. A., On Two-Dimensional Flows of Compressible Fluids, NACA T. N., No. 972, 1945.
- Bergman S., Methods for Determination and Computation of Flow Patterns of a Compressible Fluid, NACA T. N., No. 1018, 71 p., September 1946.
- Garrick I. E. and Kaplan C., On the Flow of a Compressible Fluid by the Hodograph Method: I—Unification and Extension of Present-Day Results, NACA, L-127, 41 p., March 1944; II—Fundamental Set of Particular Flow Solutions of the Chaplygin Differential Equation, NACA, L-147, November 1944.
- Pinl M., Zur Theorie der kompressiblen Potentialströmungen, III. ZAMM, Bd. 22 S. 305—311, December 1942.
- Busemann A., Die achsensymmetrische kegelige Überschallströmung, Luftfahrtforschung, Bd. 19, H. 4, SS. 137—144, 1942.
- Guderley Cl Rückkehrkanten in ebener kompressibler Potentialströmung, ZAMM, Bd. 22, H. 3, SS. 121—126, 1942.
- Behrbohm H. and Pinl M., Zur Theorie der kompressiblen Potentialströmungen, II, ZAMM, Bd. 21, SS. 341—350 August 1941.
- Kraft Hans and Dibble C. G., Some Two-Dimensional Adiabatic Compressible Flow Patterns, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 11, No. 4, pp. 283 ff., October 1944.
- Ringleb F., Exakte Lösungen der Differentialgleichungen einer adiabatischen Gasströmung, ZAMM, Bd. 20, H. 4, 1940.
- Ringleb F., Über die Differentialgleichungen einer adiabatischen Gasströmung und den Strömungstoss, Deutsche Math., 1940, Bd. 5.
- Sauer R., Geometrical Relationship Between Two-Dimensional Fields of Compressible Flow, R. T. P. Translation, No. 1776, ZAMM, pp. 312—315, October 1941.
- Scherberg M. G., Regions of Infinite Acceleration and Flow Realms in a Compressible Fluid, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 10, No. 7, pp. 223 ff., July 1943.

- Sauer R., Method of Characteristics for Three-Dimensional Axially Symmetrical Supersonic Flows, NASA T. M., No. 1133, 1947.
- Ferri Antonio, Application of the Method of Characteristics to Supersonic Rotation Flow, NASA T. N., No. 1135, 1946.
- Temple G. and Yarwood J., Compressible Flow in a Convergent-Divergent Nozzle, R & M, No. 2077, September 1942.
- Temple G., The Method of Characteristics in Supersonic Flow, ARC, No. 8245.
- Temple G. and Yarwood J., The Approximate Solution of the Hodograph Equations for Compressible Flow, Report, No. SME 3201, R. A. E., 1942.
- Busemann A., Hodographmethode der Gasdynamik, ZAMM. Bd. 17, p. 73, 1937.
- Jacob C., La methode hodographique en mecanique des fluides compressible, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946. Paris.
- Bergman S., Two-Dimensional Flows of Compressible Fluids, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Poritzky H., An Approximate Method of Integrating the Equations of Compressible Fluid Flow in the Hodograph Plane, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Kraft H., The Calculation and Use of Logarithmic Singularities in the Compressible Hodograph Plane, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Абрамович Г. М., Теория свободной струи сжимаемого газа, Труды ЦАГИ, 1939, вып. 377.
- Булинский В. Конические движения идеального газа при внезапном увеличении плотности. Задача Буземана, ДАН СССР, т. 19, стр. 369—371, 1938.
- Христианович С. А., Обтекание тел газом при больших дозвуковых скоростях, Труды ЦАГИ, 1940, вып. 481.
- Франкль Ф. И. и Алексеева Р. Н. Две граничные задачи из теории дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка гиперболического типа с применениями к течениям газа со сверхзвуковой скоростью, Математический сборник, 1934, т. 41. стр. 483—499.
- Келдыш М. В. и Франкль Ф. И., Внешняя задача Неймана для нелинейных эллиптических уравнений с приложением к

- теории крыла в сжимаемом газе, Известия Академии Наук СССР, 1934, вып., 4, стр. 561—599.
- Кибель И. А. О дифференциальных уравнениях служащих для определения плотности движущейся сжимаемой жидкости, Математический сборник, 1932, т. XXXIX, вып. 4, стр. 141—151.
- Кибель И. А., О некоторых плоских движениях тяжелой сжимаемой жидкости, ПММ, 1933, т. I, № 1, стр. 51—55.
- Кибель И. А., О характеристиках уравнений газовой динамики, Прикладная математика и механика. Ленинград. 1936, т. III, стр. 9—15.
- Лейбензон Л. С., К теории движения газов, ДАН СССР. Нов. сер., 1935, т. III, стр. 397—398.
- Никольский А. А. и Таганов Г. И., Движение газа в местной сверхзвуковой зоне и некоторые условия разрушения потенциального потока, ПММ, 1946, т. X, вып. 4, стр. 481—502.
- Нужин С. Г., К теории обтекания тел газом при больших дозвуковых скоростях, ПММ, 1946, т. X, вып. 5—6, стр. 657—666.
- Слезкин Н. А., К вопросу о плоском движении газов, Ученые записки МГУ, 1935, Механика, вып. 7.

* * *

- Христианович С. А., О сверхзвуковых течениях газа, Труды ЦАГИ, 1941, вып. 543.
- Христианович С. А., Приближенное интегрирование уравнений сверхзвукового течения газа, ПММ, 1947, т. XI, вып. 2, стр. 215—222.
- Астров В., Левин Л., Павлов Е., Христианович С. А., О расчете сопел Лаваля, ПММ, 1943, т. VII, вып. 1, стр. 3—24.
- Кибель И. А., Пример точного решения плоской вихревой задачи газовой динамики, ПММ, 1947, т. XI, вып. 1, стр. 193.
- Франкль Ф. И., К образованию скачков уплотнения в дозвуковых течениях с местными сверхзвуковыми зонами, ПММ, 1947, т. XI, вып. 1, стр. 199—202.
- Франкль Ф. И., К вопросу о единственности решения задачи обтекания клина сверхзвуковым потоком, ПММ, 1946, т. X, вып. 4, стр. 503—512.
- Франкль Ф. И., Исследования по теории крыла бесконечного размаха, движущегося со скоростью звука, Доклады АН СССР, 1947, т. LVII, № 7.

- Фалькович С. В., К теории сопла Лавалья, ПММ, 1946, т. XI, вып. 4, стр. 503—512.
- Фалькович С. В., Об одном классе сопел Лавалья, ПММ, 1947, т. XI, вып. 2, стр. 223—230.
- Татаренчик В. С., О некоторых частных решениях уравнений газовой динамики, ПММ, 1944, г. VIII, стр. 401—412.
- Никольский А. А., Об одном свойстве сверхзвуковых течений газа на цилиндрическом участке трубы, ПММ, 1946, т. X, вып. 5—6, стр. 667—668.

Пограничный слой. Сопротивление трения.

Теплопередача

- Kármán T. and Tsien H. S., Boundary Layer in Compressible Fluids, *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 5, No. 6, pp. 227 ff, April 1938.
- Busemann A., Gasströmung mit laminarer Grenzschicht entlang einer Platte, *ZAMM*, vol. 15, No. 23, pp. 22—25, 1935.
- Lees L. and Lin C. C., Investigation of the Stability of the Laminar Boundary Layer in a Compressible Fluid, *NACA T. N.*, No. 1115, September 1946.
- Emmons H. W. and Brainerd J. G., Temperature Effects in a Laminar Compressible Fluid Boundary Layer Along a Flat Plate, *Jour. Appl. Mech.*, pp. 105—110, September 1941.
- Brainerd J. G. and Emmons H. W., Effect of Variable Viscosity on Boundary Layers with a Discussion of Drag Measurements, *Jour. Appl. Mech.*, pp. 1—6, March 1942.
- Tetervin N., Approximate Formulas for the Computation of Turbulent Boundary Layer Momentum Thicknesses in Compressible Flows, *NACA*, L-119, 26 p., March 1946.
- Tifford A. N., the Thermodynamics of the Laminar Boundary Layer of a Heated Body in a High-Speed Gas Flow Field, *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 12, No. 2, pp. 241—251,
- Кибель И. А., Пограничный слой в сжимаемой жидкости, с учетом излучения, Доклады АН СССР, 1939, т. XXV, № 4.
- Crocco Luigi, Lo strato limite laminare nei gas, *Monografie Scientifiche di Aeronautica*, No. 3, May 1946.
- Crocco Luigi, Sulla trasmissione del calore da una lamina plana a un fluido scorrente ad alta velocita, *L'Aerotecnica*, XII, 2, p. 181, 1932.

- Франкль Ф. И., Ламинарный пограничный слой в сжимаемой жидкости, Труды ЦАГИ, 1934.
- Lock C. N. H., Hilton W. F. and Goldstein S., Determination of Profile Drag at High Speeds by a Pitot Traverse Method, British ARC, R & M, No. 1971, 1940.
- Keenan J. H. and Neumann E. P., Friction in Pipes at Supersonic and Subsonic Velocities, NACA, T. N., No. 963, 1945.
- Block M. J. and Katzoff S., Tables and Charts for the Evaluation of Profile Drag from Wake Surveys at High Subsonic Speeds, NACA, L-107, 1946.
- Heaslet M. A., Theoretical Investigation of Methods for Computing Drag from Wake Surveys at High Subsonic Speeds, NACA, W-1, 1946.
- Frössl W., Strömung in glatten Röhren mit Über-und Unterschallgeschwindigkeit, Forschung, 7, 1936.
- Nielsen J. N., Compressibility Effects on Heat Transfer and Pressure Drop in Smooth Cylindrical Tubes, NACA, L-179, 1946.
- Wood G. P., Estimation of Surface Temperatures in Steady Supersonic Flight, NACA, T. N., No. 1114, January 1947.
- Allen H. J. and Look B. C., Method for Calculating Heat Transfer in Laminar Flow Region of Bodies, NACA, W-7, 1946.
- Hicks B. L., Addition of Heat to a Compressible Fluid in Motion, NACA, E-88, 1946.
- Manildi J. F., Heat Transfer at High Velocities, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.
- Kantrowitz A., Heat Capacity Lag in Gas Dynamics, Jour. Chem. Phys., 14, 3, March 1946.
- Kantrowitz A., Heat Capacity Lag Measurements in Various Gases, Jour. Chem. Phys, 15, 1947.

* * *

- Лойцянский Л. Г., Аэродинамика пограничного слоя, ОГИЗ, Гостехтеоретиздат, М—Л., 1941.
- Дородницын А. А., Пограничный слой в сжимаемом газе, ПММ, 1942, т. VI, вып. 6, стр. 449—486.
- Калихман Л. Е., Сопротивление и теплоотдача плоской пластины в потоке газа при больших скоростях, ПММ, 1943, т. IX, вып. 3, стр. 245—256.

**Большие сверхзвуковые скорости и аэродинамика
разряженных газов**

- Sachs R. G., Some Properties of Very Intense Shock Waves, Phys. Rev. May 1. 15. 1946.
- Tsien H. S., Similarity Laws of Hypersonic Flows, Jour. Math. and Phys., 25, 3, p. 247, October 1946.
- Tsien H. S., Superaerodynamics, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 13, No. 12, pp. 653—664, December 1946.
- Zahm A. F., Superaerodynamics, Jour. Frank. Inst., 217, p. 153, 1934.
- Malina, Frank and Summerfeld M., The Problem of Escape from the Earth by Rocket, Sixth International Congress for Applied Mechanics, 1946, Paris.

* * *

- Фалькович С. В., Плоское движение газа при больших сверхзвуковых скоростях, ПММ, 1947, т. XI, вып. 4, стр. 465—474.

Нестационарные течения

- Sauer R., Theory of Non-Stationary Gas Flow: II—Plane Gas Waves with Compression Shocks, AAF Translation, No. 758, September 1946.
- Dietze, The Air Forces of the Harmonically Vibrating Wing in Compressible Medium at Subsonic Velocity, AAF Translation, No. 506, November 1946.
- Kuo Y. H., The Propagation of a Spherical or a Cylindrical Wave of Finite Amplitude and the Production of Shock Waves, Quart. Appl. Math., vol. 4, No. 4 January 1947.
- Sauer R., Zur Theorie des nichtstationären ebenen Verdichtungsstosses, Ingenieur Archiv, Bd. 15, H. 1, 1943.
- Garrick I. E. and Rubinow S. I., Flutter and Oscillating Air Force Calculations for an Airfoil in a Two-Dimensional Supersonic Flow, NACA T: N., No. 1158, 1947.
- Prandtl L., Über Schallausbreitung bei rasch bewegten Körpern, Schriften der Deutschen Akademie der Luftfahrtforschung, Heft, 7, 1939.
- Kantrowitz A., Formation and Stability of Normal Shock Waves in Channel Flows, NACA T. N., No. 1225, March 1947.

- Франкль Ф. И., О влиянии ускорения на сопротивление при движении продолговатых тел вращения в газах, ПММ, 1946, т. X, вып. 4, стр. 521—524.
- Седов Л. И., О неустановившихся движениях сжимаемой жидкости, ПММ, т. IX, вып. 4, стр. 293—311.
- Седов Л. И., Распространение сильных взрывных волн, ПММ, 1946, т. X, вып. 2, стр. 241—250.
- Ландау Л. Д., Об ударных волнах на далеких расстояниях от места их возникновения, ПММ, т. IX, вып. 4, стр. 286—292.
- Красильщикова Е. А., Возмущенное движение воздуха при вибрациях крыла, движущегося со сверхзвуковой скоростью, ПММ, 1947, т. XI, вып. 1, стр. 147—164.
- Красильщикова Е. А., Влияние концевых кромок при движении крыла с вибрациями со сверхзвуковой скоростью. Доклады АН СССР, 1947, т. LVIII, № 5.
- Паничкин И. А., О силах, действующих на колеблющийся профиль крыла в сверхзвуковом потоке, ПММ, 1947, т. XI, вып. 1, стр. 165—170.
- Хаскинд М. Д. и Фалькович С. В., Колебания крыла конечного размаха в сверхзвуковом потоке, ПММ, 1947, т. XI, вып. 3, стр. 371—376.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Скорость звука. Распространение давления	5
2. Три правила сверхзвуковой аэродинамики	6
Правило „запрещенных сигналов“	6
„Зона действия и зона молчания“	7
Правило „сосредоточенности действия“	8
3. Механизм сопротивления	9
4. Линейная теория сопротивления	12
Плоское течение	14
Тело вращения	15
Крыло произвольной формы в плане с тонким симметричным сечением	17
5. Некоторые результаты вычисления волнового сопротивления	21
Волновое сопротивление прямоугольного крыла постоянного профиля, нормального к потоку	21
Бесконечное крыло постоянного сечения со скольжением	22
Полубесконечное крыло со скольжением и крыло конечного размаха	24
Стреловидные крылья	29
6. Механизм подъемной силы	32
7. Линейная теория несущей поверхности	38
Плоский случай	—
Несущая поверхность конечного размаха	39
8. Устранение волнового сопротивления. Интерференция. Стреловидность. Треугольное крыло	43

СОДЕРЖАНИЕ		99
9. Трение и пограничный слой		48
10. Точная теория сверхзвукового потока		51
11. Трансзвуковые проблемы		59
12. Взаимодействие между пограничным слоем и ударной волной		63
13. Теория трансзвукового потока		66
14. Простой метод оценки дальности полета сверхзвуковых самолетов		69
Из высказываний по докладу Кармана		74
Литература		81

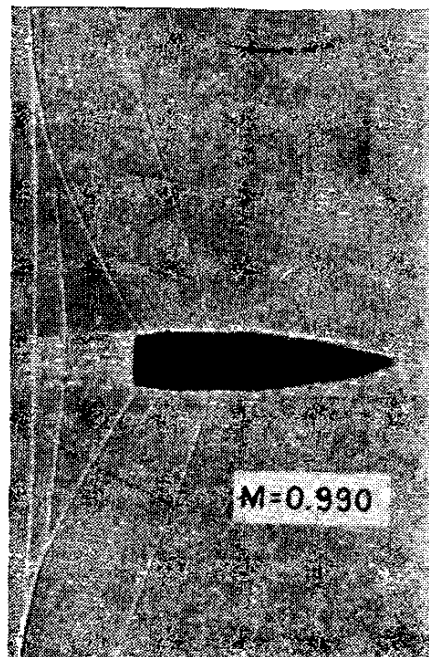
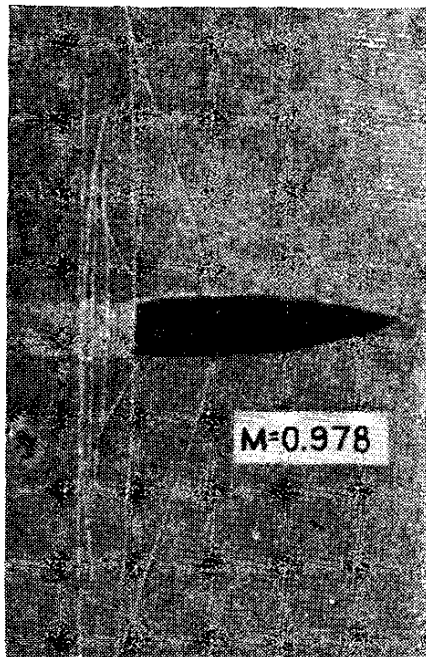
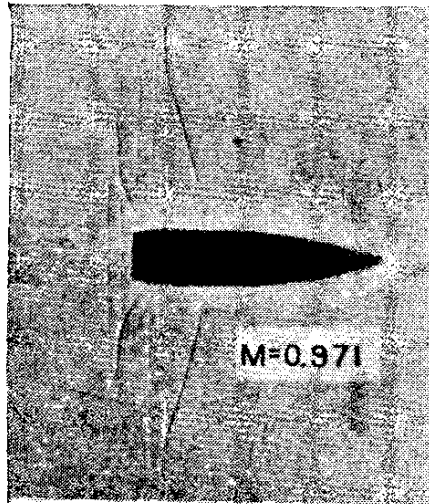
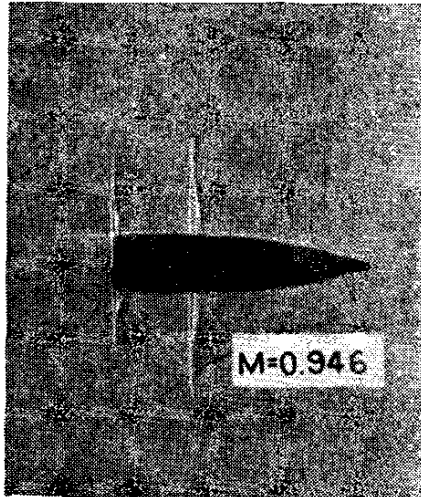
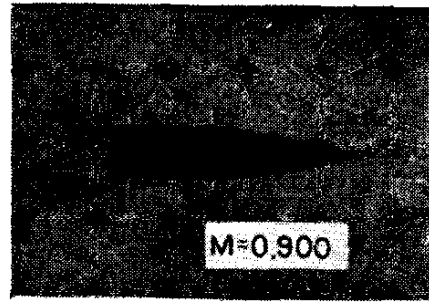
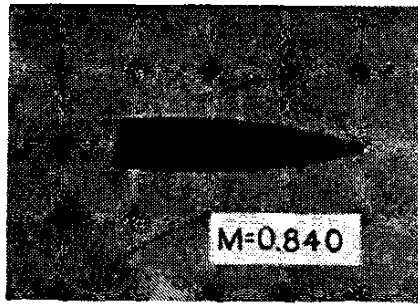
Редактор Н. Талицких
Технические редакторы А. Дронов и А. Никифорова
Корректор М. Шульменко

*

Сдано в производство 30/1 1948 г.
Подписано к печати 18/V 1948 г.
А04824. Печ. л. 6¼ + 2 вкл. Уч.-издат. л. 5,2.
Формат 82×108¹/₃₂. Издат. № 1/363.
Цена 7 руб. 40 коп. Зак. 70.

*

Типография Госниониздата
Москва, Ново-Алексеевская, 52.



Фиг. 25 Теневые снимки 150-мм снаряда при свободном полете с до- и сверхзвуковыми скоростями (из материалов баллистической исследовательской лаборатории в Абердине).

