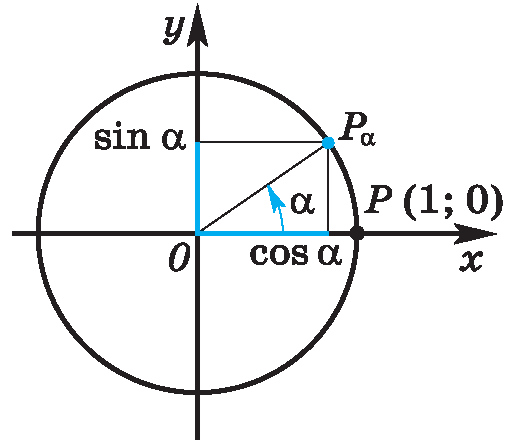
**Тема: Основы тригонометрии**

**Теоретический материал**

Рассмотрим окружность радиуса, равного 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат хОу с центром в начале координат. Такую окружность называют единичнойили тригонометрической.



Точка Р (1; 0) при повороте вокруг начала координат на угол переместилась в точку Рₐ. Определим её координаты.

**Синусом угла** является ордината точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол .

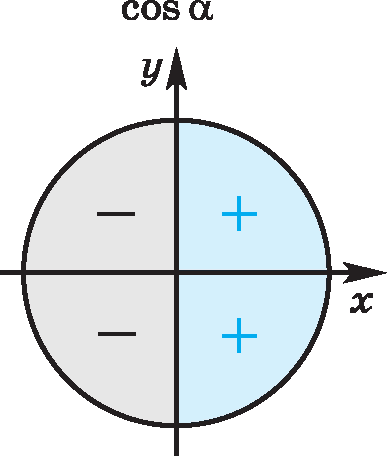
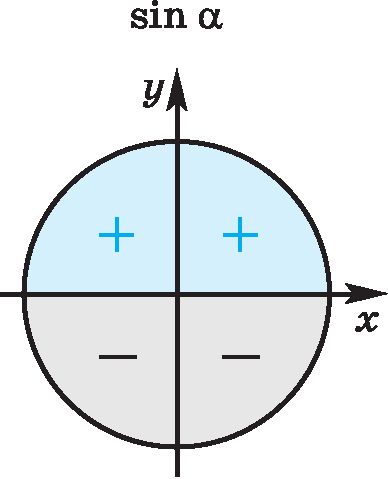
**Косинусом угла** является абсцисса точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол .

Если угол , то точка Рₐ находится в первой четверти, здесь х, у, значит cossin. Если угол, то точка Рₐ находится во второй четверти, здесь х, у, значит cos, sin.

Если угол, то точка Рₐ находится в третьей четверти, здесь х, у, значит cos, sin.

Если угол, то точка Рₐ находится в четвертой четверти, здесь х, у, значит cossin.

На рисунке видно, какие знаки имеет синус, а какие косинус.



**Тангенсом угла поворота** называется отношение ординаты точки, изображающей угол, к ее абсциссе.

**Котангенсом угла поворота** называется отношение абсциссы точки, изображающей данный угол к ее ординате.

**Основные тригонометрические свойства**

(основное тригонометрическое тождество),

**Формулы косинуса, синуса, тангенса суммы и разности**

**cos(, cos(,**

**sin(, sin(,**

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4734/20190729101605/OEBPS/objects/c_matan_10_34_1/d06b88a4-51a7-4e73-bd66-c02a617ec37f.png**,** https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4734/20190729101605/OEBPS/objects/c_matan_10_34_1/10cf5fb4-0d73-48af-a1a3-10763e3b13ca.png**.**

**Формулы двойного аргумента**

**Sin2,**  **cos2= cos2 sin2, cos2= 2cos2 , cos2= 1 sin2, tg2=.**

**Формулы половинного аргумента**

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3887/20190729103805/OEBPS/objects/c_matan_10_36_1/d9e54e35-4f08-4ab0-aa83-89fb2a4d52b0.png**,** https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3887/20190729103805/OEBPS/objects/c_matan_10_36_1/11696641-ac75-415d-afdc-8845d506c137.png**.**

**Формулы** **приведения**

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/b78935cc-ef3e-434d-94ff-f7e898992e9a.png**,**https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/92a45bff-0c99-4b23-b669-946eb8b1b03f.png**,**https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/86e693d8-c65e-4790-8f2e-f60c32e606f0.png**,**https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/13667430-5d49-4650-82e9-26e765c9bd5c.png**,**https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/e438af07-5b49-4015-bc1b-be92ab4609d8.png**,**https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/cb9e62ea-cae4-46ce-b14f-88b352b10461.png**,**https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/b5f685b2-c658-417a-a2bc-7fb396814b2c.png**,** https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/178af6cc-0727-433e-8303-7224dae500c9.png**,** https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/5026e669-1117-441c-b7e6-58808ad52d6e.png**,**

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/a7b2fdf0-cd4f-40ce-af28-34cb21a5eaa8.png,https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/ae7a6107-0cd9-430d-b198-eb0d4e11a502.png,https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/bb7ccc9b-b5fa-467d-9fa6-ea03c54b848b.png,

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/3f3ad632-b528-4d13-96bd-0a5755c717e0.png,https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/2a00efbe-4434-4f22-8f63-009c04b44d68.png,

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/96421522-0648-4ad7-a641-a463ab8d7576.png**, где k** **и** https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/a51621ab-dba7-4472-9c32-37cb1b259b87.png**, где k,**

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/f5fb8fcb-fcb0-4ef7-a641-bc36ffd4b1f2.png**,**https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/ebbb780e-10e4-49d4-8ac2-a72cb93adaa3.png**,**https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/ae1e6311-beff-45fa-8b0a-1e008d5327bf.png**,**

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/3490/20190729104232/OEBPS/objects/c_matan_10_37_1/d8ebb64f-5641-4597-824f-0e056f94dbbe.png.

**Правило**

1. **Если в левой части присутствуют и т.д. синусы, косинусы и тангенсы не меняются.**
2. **Если в левой части присутствуют или , синус меняется на косинус, косинус на синус, тангенс на котангенс.**
3. **Знак в правой части ставим тот же, который имело исходное число в левой части, при условии .**

**Формула суммы синусов sin**

**Формула разности синусов sin**

**Формула суммы косинусов cos** .

**Формула разности косинусов cos** .

Значения тригонометрических функций некоторых углов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Градусы | | Аргумент | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Радианы | | 0 |  |  |  |  |  |  |
| Функция |  | 0 |  |  |  | 1 | 0 | -1 |
|  | 1 |  |  |  | 0 | -1 | 0 |
|  | 0 |  | 1 |  | Не сущ. | 0 | Не сущ. |
|  | Не сущ. |  | 1 |  | 0 | Не сущ. | 0 |

**Простейшие тригонометрические уравнения**

1. Уравнения вида sinx = a, где a. 

Частные формулы x1=arcsin(a)+2**,** x2= - arcsin(a)+2, где n.

Общая формула x=(-1)narcsin(a)+, где n.



1. Уравнения вида cosx = a, где a. 

Частные формулы x1=arccos(a)+2**,** x2=-arccos(a)+2, где n.

Общая формула x=arccos(a)+2, где n.

1. Уравнение вида tgx = a, где a. 

Общая формула x=arctg(a)+, где n.



1. Уравнение вида ctgx = a, где a. 

Общая формула x=arcctg(a)+, где n.

**Арккосинусом** числа m (1) называется такое число α, что cos = m и 0. Арккосинус числа m обозначают: arccos m.

**Арксинусом** числа m (1) называется такое число α, что: sin = m и . Арксинус числа m обозначают: arcsin m.

**Арктангенсом** числа m называется такое число α, что: tg = m и. Арктангенс числа m обозначают: arctg m.

**Арккотангенсом** числа m называется такое число α, что: сtg = m и 0. Арккотангенс m числа обозначают: arcctg m.

**Примеры решения тригонометрических уравнений**

**Уравнения, сводящиеся к квадратным**

**Пример 1** Решить уравнение https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/2671794e-2022-45f4-8ba6-cc89dac99ce2.png.

Решение: Заметим, что левая часть уравнения представляет собой выражение, которое зависит от https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/a347331f-4fdc-4203-b11e-e7c8de80b730.png, поэтому в качестве новой переменной мы можем выбрать https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/00fcc9a7-d3b8-434f-91c8-ca80d8bd7b4e.png. После введения новой переменной мы получим уравнение https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/af49e011-d967-4665-93a1-d4d39ef90f22.png.

Решим его https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/89cd60e8-c358-498f-8a58-236d4e96b7a7.png, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/4bfb49ac-8f6d-4307-a97e-c4c429ea4ce1.png, то есть https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/adbfcd8e-7743-4b70-9b0d-809fb1508ed8.png. Первое из полученных простейших уравнений решений не имеет. Решим второе уравнение https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/491281e5-9031-4416-9159-ecf373b47613.png.

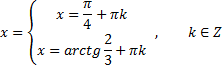
Решение этого простейшего уравнения имеет вид https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/e812f3db-bd69-437a-aa59-096503f198da.png.

То есть https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/20cb2de9-0ff4-4c8a-b4b9-b1b277767635.png. Ответ: https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/205aa57b-a225-4d48-b01f-219db7cf176b.png.

**Пример 2** Решить уравнение https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/0379e010-80b8-4fd3-9617-a365bcdcf8da.png.

Решение: Для того чтобы ввести новую переменную, вспомним, что https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/764eb47d-7b5f-472f-8c00-6ef43c6e5091.png. Поэтому запишем это уравнение в виде https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/7b547e6d-9bb5-4f77-bd17-481efb695e41.png. Преобразуем уравнение https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/a895ff62-65d0-4173-aad5-d9b9f83bcf1c.png или

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/e07877cf-01f1-4afc-8cb3-8a200fdb4ff3.png. Введем новую переменную https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/e25cb139-f1e5-4b1a-a3bf-2713e09aefc1.pngи запишем вспомогательное уравнение https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/b2cbcc68-3bb6-4819-97a8-70acbcd16dd1.png. Решением этого уравнения являются https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/e37218e2-6593-46fd-bd60-618108dc4be6.png. Поэтому https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/dea2613f-044b-4945-abe6-16db6b9e3ce0.png. Решим их 1) https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/0510c308-d84b-44f7-8fc3-8528231eea33.png, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/56f94253-a14a-4d2d-b682-9be39fa55ab4.png, 2) https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/959da6a1-946a-4f19-880f-755cbee3f484.png, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6314/20190729155845/OEBPS/objects/c_matan_10_45_1/325246d2-aa66-456d-b3a1-f68a11b22ee4.png.

Ответ: .

**Уравнение вида a sinx+b cosx= c**

**Пример 3** Решить уравнениеhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6321/20190729160506/OEBPS/objects/c_matan_10_46_1/1782464a-b6bb-4cd1-8396-85f381af7184.png.

Решение: Поделив уравнение на cosx, получим https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6321/20190729160506/OEBPS/objects/c_matan_10_46_1/f6a59635-2f17-4803-869a-6f9beb746c29.png. https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6321/20190729160506/OEBPS/objects/c_matan_10_46_1/f3ff0de9-ea49-4490-98c1-69db709f41a7.png, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6321/20190729160506/OEBPS/objects/c_matan_10_46_1/1e1cdcba-c603-408b-be25-0baac941e4d5.png.

Ответ: https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6321/20190729160506/OEBPS/objects/c_matan_10_46_1/1aed3454-0009-480f-86ad-d630d3297de5.png.

**Уравнения, решаемые разложением левой части на множители**

**Пример 4** Решить уравнениеsin2x- sinx = 0.

Решение: Используя формулу синуса двойного аргумента, запишем уравнение в виде

2sinx cosx - sinx = 0. Вынося общий множитель sinx за скобки, получим sinx (2cosx – 1) = 0.

1) sinx = 0, х=, 2) 2cosx – 1 = 0, cosx=, х=.

Ответ: х=, х=.