**Тема: Основы тригонометрии**

**Теоретический материал**

Рассмотрим окружность радиуса, равного 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат хОу с центром в начале координат. Такую окружность называют единичнойили тригонометрической.



Точка Р (1; 0) при повороте вокруг начала координат на угол переместилась в точку Рₐ. Определим её координаты.

**Синусом угла** является ордината точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол .

**Косинусом угла** является абсцисса точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол .

Если угол , то точка Рₐ находится в первой четверти, здесь х, у, значит cossin. Если угол, то точка Рₐ находится во второй четверти, здесь х, у, значит cos, sin.

Если угол, то точка Рₐ находится в третьей четверти, здесь х, у, значит cos, sin.

Если угол, то точка Рₐ находится в четвертой четверти, здесь х, у, значит cossin.

На рисунке видно, какие знаки имеет синус, а какие косинус.



**Тангенсом угла поворота** называется отношение ординаты точки, изображающей угол, к ее абсциссе.

**Котангенсом угла поворота** называется отношение абсциссы точки, изображающей данный угол к ее ординате.

**Основные тригонометрические свойства**

(основное тригонометрическое тождество),

**Формулы косинуса, синуса, тангенса суммы и разности**

**cos(, cos(,**

 **sin(, sin(,**

**,** **.**

**Формулы двойного аргумента**

**Sin2,**  **cos2= cos2 sin2, cos2= 2cos2 , cos2= 1 sin2, tg2=.**

**Формулы половинного аргумента**

**,** **.**

**Формулы** **приведения**

**,****,****,****,****,****,****,** **,** **,**

,,,

,,

**, где k** **и** **, где k,**

**,****,****,**

.

**Правило**

1. **Если в левой части присутствуют и т.д. синусы, косинусы и тангенсы не меняются.**
2. **Если в левой части присутствуют или , синус меняется на косинус, косинус на синус, тангенс на котангенс.**
3. **Знак в правой части ставим тот же, который имело исходное число в левой части, при условии .**

**Формула суммы синусов sin**

**Формула разности синусов sin**

**Формула суммы косинусов cos** .

**Формула разности косинусов cos** .

Значения тригонометрических функций некоторых углов

|  |  |
| --- | --- |
|  Градусы | Аргумент  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Радианы | 0 |  |  |  |  |  |  |
| Функция |  | 0 |  |  |  | 1 | 0 | -1 |
|  | 1 |  |  |  | 0 | -1 | 0 |
|  | 0 |  | 1 |  | Не сущ. | 0 | Не сущ. |
|  | Не сущ. |  | 1 |  | 0 | Не сущ. | 0 |

**Простейшие тригонометрические уравнения**

1. Уравнения вида sinx = a, где a. 

Частные формулы x1=arcsin(a)+2**,** x2= - arcsin(a)+2, где n.

Общая формула x=(-1)narcsin(a)+, где n.



1. Уравнения вида cosx = a, где a. 

Частные формулы x1=arccos(a)+2**,** x2=-arccos(a)+2, где n.

Общая формула x=arccos(a)+2, где n.

1. Уравнение вида tgx = a, где a. 

Общая формула x=arctg(a)+, где n.



1. Уравнение вида ctgx = a, где a. 

Общая формула x=arcctg(a)+, где n.

**Арккосинусом** числа m (1) называется такое число α, что cos = m и 0. Арккосинус числа m обозначают: arccos m.

**Арксинусом** числа m (1) называется такое число α, что: sin = m и . Арксинус числа m обозначают: arcsin m.

**Арктангенсом** числа m называется такое число α, что: tg = m и. Арктангенс числа m обозначают: arctg m.

**Арккотангенсом** числа m называется такое число α, что: сtg = m и 0. Арккотангенс m числа обозначают: arcctg m.

**Примеры решения тригонометрических уравнений**

**Уравнения, сводящиеся к квадратным**

**Пример 1** Решить уравнение .

Решение: Заметим, что левая часть уравнения представляет собой выражение, которое зависит от , поэтому в качестве новой переменной мы можем выбрать . После введения новой переменной мы получим уравнение .

Решим его , , то есть . Первое из полученных простейших уравнений решений не имеет. Решим второе уравнение .

Решение этого простейшего уравнения имеет вид .

То есть . Ответ: .

**Пример 2** Решить уравнение .

Решение: Для того чтобы ввести новую переменную, вспомним, что . Поэтому запишем это уравнение в виде . Преобразуем уравнение  или

. Введем новую переменную и запишем вспомогательное уравнение . Решением этого уравнения являются . Поэтому . Решим их 1) , , 2) , .

Ответ: .

**Уравнение вида a sinx+b cosx= c**

**Пример 3** Решить уравнение.

Решение: Поделив уравнение на cosx, получим . , .

Ответ: .

**Уравнения, решаемые разложением левой части на множители**

**Пример 4** Решить уравнениеsin2x- sinx = 0.

Решение: Используя формулу синуса двойного аргумента, запишем уравнение в виде

2sinx cosx - sinx = 0. Вынося общий множитель sinx за скобки, получим sinx (2cosx – 1) = 0.

1) sinx = 0, х=, 2) 2cosx – 1 = 0, cosx=, х=.

Ответ: х=, х=.