**Тема: Корни, степени и логарифмы**

**Теоретический материал**

**Определение:**Степенью числаа с натуральным показателем n (n>1) называется произведение n сомножителей, каждый из которых равен а.

**Пример 1**

Вычислить:

Степень с целым показателем

**Определение:** Если, то . Выражение не имеет смысла.

**Определение:** Если, и n– натуральное число, то .

Выражение не имеет смысла.

**Пример 2**

Вычислить:

**Пример 3**

Упростить:

Степень с рациональным показателем

**Определение:** Если и *x*– рациональное число, представленное дробью , где *m*– целое и – натуральное число, то ; если и , то .

Например, при ; при



|  |  |
| --- | --- |
| **Свойства степеней** | **Свойства корней n-ой степени** |
| 1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
 | 1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
 |

Уравнения, в которых под знаком корня содержится переменная, называют иррациональными.

Методы решения иррациональных уравнений основаны на возможности замены иррационального уравнения рациональным уравнением, которое является его следствием. Чаще всего обе части уравнения возводят в одну и ту же степень. При этом получается уравнение, являющееся следствием исходного.

При решении иррациональных уравнений необходимо учитывать следующее:

1. если показатель корня – четное число, то подкоренное выражение должно быть неотрицательно; при этом значение корня также является неотрицательным;
2. если показатель корня – нечетное число, то подкоренное выражение может быть любым действительным числом, в этом случае знак корня совпадает со знаком подкоренного выражения.

При возведении в квадрат обеих частей уравнения могут появиться лишние корни. Чтобы определить истинность найденных корней, каждый корень последнего уравнения подставляют в исходное уравнение. Значение переменной, которые при подстановке не дают истинных равенств, отбрасывают как посторонние корни.

$$\sqrt{f(x)}=g(x)⇔\left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)=g^{2}(x)\\g(x)\geq 0\end{array}\right.$$

**Пример 4** Решить уравнение

4$\sqrt{5x-x^{2}-6}=x-1$.

Решение: 4$\sqrt{5x-x^{2}-6}=x-1⇔\left\{\begin{array}{c}16\left(5x-x^{2}-6\right)=(x-1)^{2}\\x-1\geq 0\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}17x^{2}-82x+97=0\\x\geq 1\end{array}\right.$

$$x=\frac{41\pm \sqrt{32}}{17}$$

Ответ:$\frac{41\pm \sqrt{32}}{17}$.

**Показательным** называют уравнение, содержащие переменную в показателе степени.

Так как показательная функция у = аx при a > 1 монотонно возрастает на всей области определения (при 0< а < 1 монотонно убывает), то каждое свое значение она принимает только один раз при одном значении аргумента. Из равенства аv=au следует равенство v=u.

**Пример 5** Решить уравнение 53x-2=( √25)10-x .

Решение: 53x-2=510-x , 3x-2=10-x, 4x=12, x=3.

Ответ:3.

К уравнениям рассмотренного выше типа приводятся уравнения вида $a^{f(x)}=1$(где а>0 и а 1) путем представления единицы в виде степени числа с нулевым показателем $a^{f(x)}=a^{0}$.

**Пример 6** Решить уравнение 3х-2\*3х-2=63.

Решение: вынесем общий множитель за скобки.

3х-2\*3х-2=63, 3х-2 (32-2)=63, 3х-2 \*7=63, 3х-2=32, х-2=2, х = 4.

Ответ:4.

Если $a^{x1}=a^{x2}, $то х1 = х2, при $a$ >0, $a$ 1.

Если $a^{x1}<a^{x2}, $то х1 < х2, при $a$ >1.

Если $a^{x1}<a^{x2}, $то х1 > х2, при 0<$ a$ <1.

**Логарифм числа b по основанию а –** это показатель степени, в которую надо возвести основание а, чтобы получить число b**.** Из определения следует, что нахождение x=logab равносильно решению уравнения ax=b. Например, log28=3, потому что 23=8.

Наиболее широкое применение нашли следующие виды логарифмов.

* Натуральные логарифмы: ln b, основание: число Эйлера (е)

* Десятичные логарифмы: log b, основание: число 10

**Основное логарифмическое тождество**

Из равенства двух логарифмов следует равенство логарифмируемых выражений. В самом деле, если , то , откуда согласно основному тождеству b=c.

**Уравнение вида** $log\_{a}x=b$.

Решить равносильное уравнение $x=a^{b}$.

**Уравнение вида**$log\_{x}a=b$.

а) найти ОДЗ:  ;

б) решить уравнение ;

в) выбрать из корней уравнения$ \in $ ОДЗ.

**Уравнение вида**$log\_{a}b=x$.

Решить уравнение относительно переменной, входящей в выражение с переменной.

При решении логарифмических уравнений полезно помнить

некоторые **свойства логарифмов**:

 - основное логарифмическое тождество

 ;  ;

 ;  ;

 ;  ;

  ;  - формула перехода к новому основанию.

При решении логарифмических уравнений применяются также методы **логарифмирования**и**потенцирования**.